«Оңтүстік Қазақстан медицина академиясы» АҚ жанындағы медицина колледжі

Жалпы білім беретін пәндер кафедрасы

АУДИТОРИЯЛЫҚ САБАҚҚА АРНАЛҒАН ӘДІСТЕМЕЛІК ӨҢДЕУ

Пән коды: ЖБП 05
Пәні: «Математика»
Мамандығы: 09120100 «Емдеу ісі»
Біліктілігі: 4S09120101 «Фельдшер»
Мамандығы: 09130100 «Мейіргер ісі»
Біліктілігі: 4S09130103 «Жалпы практикадағы мейіргер»
Мамандығы: 09110100 «Стоматология»
Біліктілігі: 4S09110102 «Дантист»
Мамандығы: 09110200 «Ортопедиялық Стоматология»
Біліктілігі: 4S09110201 «Тіс технигі»
Курс: 1
Семестр: 1
Бақылау түрі: емтихан
Барлық сағат/кредит көлемі: 144/6
Білім алушылардың өзіндік жұмысы: 24
Білім алушылардың педагогпен өзіндік жұмысы:12
Теориялық: 108

Шымкент, 2025 ж.

«Жалпы білім беретін пәндер» кафедрасының мәжілісінде қаралды.

Хаттама № 1 «27» 08 2025 ж.

Кафедра меңгерушісі: _____ А.Т. Сатаев

№1 сабақ

1.1. Сабақтың тақырыбы: Функция және оның қасиеттері

Сағат саны: 2 сағ. **90 мин**

1.2. Сабақтың мақсаты:

- **оқыту:** Білім алушыларға функцияның берілу тәсілдерін, графигін түрлендіруді және техника-технологиялық процесте графиктерді сызып, қолдануды үйрету.
- **тәрбиелік:** Білім алушыларды өз еңбегімен белгілі бір нәтижеге жету дағдыларын қалыптастыру

1.3 Сабақтың міндеті: Тәжірибелік дағдыларды сараптау,логикалық ойды функциялар- дың арасындағы әр түрлі байланыстарды білім алушыларға үйрету**.**

Ұйымдастыру кезеңі: 5 мин

- сабақтың жұмыс ортасын ұйымдастыру
- сабақтың мақсаттары мен міндеттерін анықтау

Білім алушылардың өтілген тақырып бойынша білімін тексеру: 14 мин

1.4. Тақырыптың негізгі мәселелері:

- Функцияның берілу тәсілдері.
- Функцияның жалпы түрінің жазылуы.
- Функцияның графигін сызу тәсілдері.

Жаңа сабақты түсіндіру : 27 мин

Функция және оның берілу тәсілдері. Функция графигін түрлендіру. Техника технологиялық процесте графиктерді сызып, қолдану. Функцияның қасиеттері.

Табиғаттағы кейбір құбылыстарды байқасақ, ондағы шамалардың бірі үнемі өзгерісте болса, екіншілері мүлдем өзгермейді. Өзгеріссіз қалатын шаманы тұрақты шама, ал үнемі өзгерісте болтын шаманы айнымалы шама деп атайды. $D \in R$, $E \in R$ -екі жиын берілсін.

Анықтама. Х жиынының әрбір элементіне У жиынының тек бір ғана элементі сәйкес болса, Х жиыны мен У жиынының арасындағы сәйкестікті функция деп айтады.

Анықтама: $y = f(x)$ функциясының х аргументі қабылдайтын мәндерінің жиынын осы функцияның анықталу облысы деп атайды.Әдетте оны *D* деп белгілейді.

Анықтама: $y = f(x)$ функциясының өзі қабылдайтын мәндерінің жиынын осы функцияның өзгеру облысы деп атайды, оны *E* деп белгілейді

Мысалы: $y = 7x^2 + 1$ функциясының анықталу облысы барлық нақты сандар, ал өзгеру облысы оң сандар жиыны, ал $y = \frac{3}{x-5}$ функциясының анықталу облысы 5-тен басқа барлық нақты сандар жиыны, өзгеру облысы-кез келген нақты сандар болады.

Функцияның берілу тәсілдері:

1. Формуламен берілуі.

Аргумент х арқылы жасалған амалдар жиынтығы көрсетілсе, және бұл функцияның мәнін табуға мүмкіндік берілсе, онда функция формуламен берілген деп аталады.

Мысалы, $y = x^2 - 5x + 40$ немесе $y = x^2$.

2. Кестемен берілу тәсілі.

Аргументтің бірнеше мәндеріне сәйкес функция мәндерін таблица түрінде жазу функцияның таблицалық берілуі деп аталады. Кестелік тәсілдің қолайлы жағы сол айнымалы х-тің таблицадағы әрбір мәніне функцияның сәйкес келетін мәнін ешқандай өлшеу немесе есептеу амалдарын қолданбай-ақ бірден кестеден табуға болады. Бұл тәсіл табиғат құбылыстарын зерттегенде қолайлы.

Мысалы: $y = f(x)$ функциясы кесте түрінде берілген.

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	2	4	6	8	10

$f(0)$; $f(1)$; $f(4)$ шамаларының мәні неге тең?

Сәйкес 0; $\frac{1}{2}$; 2-ге тең.

3. Графиктік тәсіл.

Анықтама: $y = f(x)$ функциясының графигі деп координаталар жүйесіндегі абсциссасы аргументке ординатасы функцияның мәніне тең болатын (х, у) немесе (х, $f(x)$)нүктелерінің жиынын айтады.

Функцияның графигі жалпы жағдайда жазықтықтың координаталар жүйесінде қисық сызықтармен кескінделеді.

Мысалы, медициналық электрокардиографтар жүректің бұлшық еттерінің жиырылған және жазылған кездегі электрлік импульстерін кардиограммаға түсіреді.

Функцияның графиктерін қарапайым түрлендіру. Кері функция ұғымы. Күрделі функция.

Анықтама 1.Егер аргументтің қандай да бір интервалдан алынған кез келген мәнінің үлкеніне функцияның үлкен мәні сәйкес болса, онда функция сол интервалда **өспелі** функция деп аталады.

Егер $[a;в]$ сегментіндегі $x_1 > x_2$ мәндері үшін $f(x_1) > f(x_2)$болса, онда $y = f(x)$ - өспелі функция болады. Өспелі функцияның графигі солдан оңға қарай жоғары көтеріле береді.

Анықтама 2. Егер аргументтің қандай да бір интервалдан алынған кез келген екі мәнінің үлкеніне функцияның кіші мәні сәйкес болса, онда функция сол интервалда **кемімелі** функция деп аталады.

Егер $[a;в]$ сегментіндегі $x_1 > x_2$ мәндері үшін $f(x_1) < f(x_2)$ болса, онда $y = f(x)$ - кемімелі функция болады. Кемімелі функцияның графигі х-тің мәні өскен сайын солдан оңға қарай төмендей береді.

Анықтама 3. Алынған интервалда өсетін және кемейтін функциялар, осы интервалда **монотонды функциялар** деп аталады. $]-\infty;+\infty[$- алынған интервал. $]-\infty;0]$ – функция кемімелі, $[0;+\infty[$ ал интервалда өспелі болады.

Анықтама 4. Егер $y = f(x)$ функциясы үшін оның анықталу облысындағы аргументтің таңбасын өзгерткеннен функцияның таңбасы өзгермесе, $y = f(x)$ онда функциясы ***жұп функция*** деп аталады, яғни жұп функция үшін $f(-x) = f(x)$ теңдігі орындалады.

Мысалы: 1. $y = x^2$ жұп функция, себебі: $f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$.

2. $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$ жұп функция, себебі: $f(-x) = \frac{1}{(-x)^2+1} = \frac{1}{x^2+1} = f(x)$.

Жұп функцияның графигі ординаталар осі бойынша симметриялы болады.

Анықтама 5. Егер $y = f(x)$ функциясы үшін оның анықталу облысындағы аргументтің таңбасын өзгерткенде функция тек таңбасын ғана өзгертетін болса, онда $y = f(x)$ функциясын ***тақ функция*** деп атайды, яғни тақ функция үшін $f(-x) = -f(x)$ теңдігі орындалады.

Мысалы, 1. $y = x^3$ тақ функция, себебі: $f(-x) = (-x)^3 = -x^3 = -f(x)$.

2. $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ жұп функция, себебі: $f(-x) = \frac{(-x)}{(-x)^2+1} = -\frac{x}{x^2+1} = -f(x)$.

Тақ функцияның графигі координаталар басына қарағанда симметриялы болады.

Функциялардың барлығы жұп немесе тақ болмайды.

Мысалы $f(x) = x^2 - 2x + 3$ функциясын алатын болсақ

$f(-x) = (x)^2 - 2(-x) + 3 = x^2 + 2x + 3$ жұп та, тақ та емес.

Анықтама 6. Егер f функциясының анықталу облысынан алынған кез келген х үшін осы функцияның х, х-Т және х+Т нүктелеріндегі мәндері тең, яғни $f(x \pm T) = f(x)$ болса, f онда функциясын периоды $T \neq 0$ болатын ***периодты функция*** деп атайды. $\sin(x + 2\pi) = \sin x$,

$\cos(x+2\pi)=\cos x$ болатындықтан, синус пен косинусы – периоды 2π болатын периодты функциялар, ал тангенс пен котангенстің ең кіші оң периоды π тең.

Егер f функциясы периоды Т болатын периодты функция болса, онда $Af(kx+b)$, мұндағы A,k және b – тұрақтылар, ал $k\neq 0$, функциясы да периодты және оның периоды $\frac{T}{|k|}$ санына тең болады.

1.5. Иллюстрациялы материалдар: презентация

Жаңа тақырыпты бекіту. 9 мин

- Функция деп неге айтамыз?
- y=x+1 -қандай функция?
- $y=x^2$ функцияның графигі қандай қисық болады?
- Функцияның қандай берілу тәсілдері бар?
- Анықталу облысын және өзгеру облысын қандай әріппен белгілейміз?

1.6. Қосымша 1

1.7.Бақылау есептері: 31 мин

1. $y=x^2$ және $y=x^3$. функциясын кесте тәсілімен графигін салу.
2. $y=2-x$, $y=x^2+1$ функциясын кесте тәсілімен графигін салу.
3. $y=2x+3$, $y=(x-3)^2$ функциясын кесте тәсілімен графигін салу.

Сабақтың қортындылау кезеңі: 4 мин

- Білім алушылардың білімін бағалау.
- Үйге тапсырма беру.

№2 сабақ

1.1. Сабақтың тақырыбы: Тригонометриялық функциялар және олардың графиктері

Сағат саны: 3 сағ. **135 мин**

1.2. Сабақтың мақсаты:

- **оқыту:** Білім алушыларға сан аргументті тригонометриялық функцияның анықтамасын беру, ширектердегі таңбаларын анықтау, қасиеттеріне тоқталу.
- **тәрбиелік:** өзіндік жұмыстарды жасауға дағдыландыру.

1.3.Сабақтың міндеті: тақырып бойынша алған білімдерін график салуда қолдану.

Ұйымдастыру кезеңі: 10 мин

- сабақтың жұмыс ортасын ұйымдастыру
- сабақтың мақсаттары мен міндеттерін анықтау

Білім алушылардың өтілген тақырып бойынша білімін тексеру. 20 мин

1.4. Тақырыптың негізгі мәселелері:

- Трионометриялық функциялардың қасиеттері.
- Қарапайым түрлендірулер көмегімен тригонометриялық функциялардың графигін салу.
- Трионометриялық функциялардың анықтамасы мен мәндерінің кестесі.

Жаңа сабақты түсіндіру : 40 мин

Тригонометриялық функциялардың негізгі қасиеттері мен графиктері

$y=\sin x$, $y=\cos x$, $y=tgx$, $y=ctgx$ функциялары **тригонометриялық функциялар** деп аталады.

- $y=\sin x$ тригонометриялықфункциясын зерттейік:

1. Д(y)=Rx=]-∞;+∞[фунуцияны анықталу облысы
2. E(y)= [-1 1] шектелген мәндер жиыны
3. Sin(-x)=-sinxтақ функция
4. Sin(x+- 2 П)=sinx периодты : Т=2П
5. сандық түзу бойында функция үзіліссіз

6. $y = \sin x$

$\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right] - өседі$

$\left[-\frac{\pi}{2}+2\pi k;\ \frac{\pi}{2}+2\pi k\right] - өседі.$

$\left[\frac{\pi}{2}+2\pi k;\ \frac{3}{2}\pi+2\pi k\right] - кемиді.$

7. $m.A\left(\frac{\pi}{2};1\right) - максимум\ \ нуктесі.$

$m.B\left(-\frac{\pi}{2};-1\right) - минимум\ \ нуктесі.$

X	**0**	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\sin x$	**0**	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	**1**	**0**



- $y = \cos x$ тригонометриялықфункциясын зерттейік:

1) $D(y) = R \quad x \in]-\infty;+\infty[-$функцияны аны талу облысы

2) $E(y) \quad [-1;1] - шектелген$,мандер жиыны

3) $\cos(-x) = \cos x$ жуп функция

4) $\sin(x \pm 2\pi) = \cos x$ периодты $: T = 2\pi.$

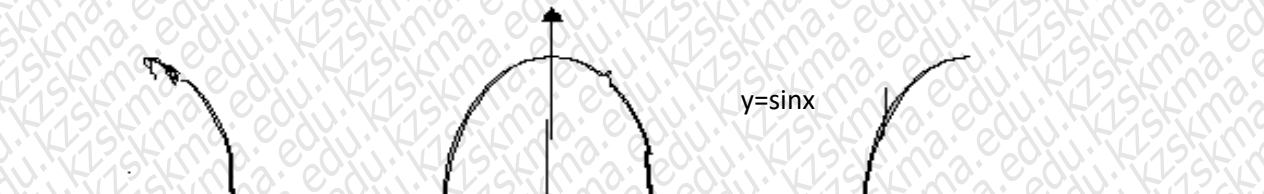
5) $y = \cos x$ - сандық түзу бойында функция үзіліссіз.

6) $\cos x = 0; \quad x \pm \frac{\pi}{2} + \pi k.$

7) $\left[-\pi + 2\pi k,\ 0 + 2\pi k\right] - өседі.$
$\left[-\pi + 2\pi k,\ 0 + 2\pi k\right] - кемиді.$

x	**0**	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\cos x$	**1**	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	**0**	**-1**

8) $x = 2\pi k$ - *максимум нуктесі*.
$x = \pi + 2\pi -$ *минимум нуктесі*.(-1).



- $y = tgx$ тригонометриялық функцияны зерттейік

1) $D(y)$ $x \neq \frac{\pi}{2} + \pi k,\ k \in Z$

2) $E(y)$ $]-\infty;+\infty[$

3) $tg(-x) = -tgx$ - так функция

4) $tg(x \pm \pi) = tgx$ периодты $: \mathrm{T} = \pi.$

5) Үзілісті нүктелері бар және сол нүктеде анықталмаған. $x = \frac{\pi}{2} + \pi k;\ k \in Z$.

6) $x = \pi k;\ k \in Z.$

7) $tgx - \left]-\frac{\pi}{2} + \pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k\right[$ -аралығында өседі

- $y = ctgx$ тригонометриялықфункциясын зерттейік:

1) $D(y)$ $x \neq \pi k,\ k \in Z$

2) $E(y)$ $]-\infty;+\infty[$

3) $ctg(-x) = -ctgx$ так функция

4) $ctg(x \pm \pi) = ctgx$ периодты $: \mathrm{T} = \pi.$

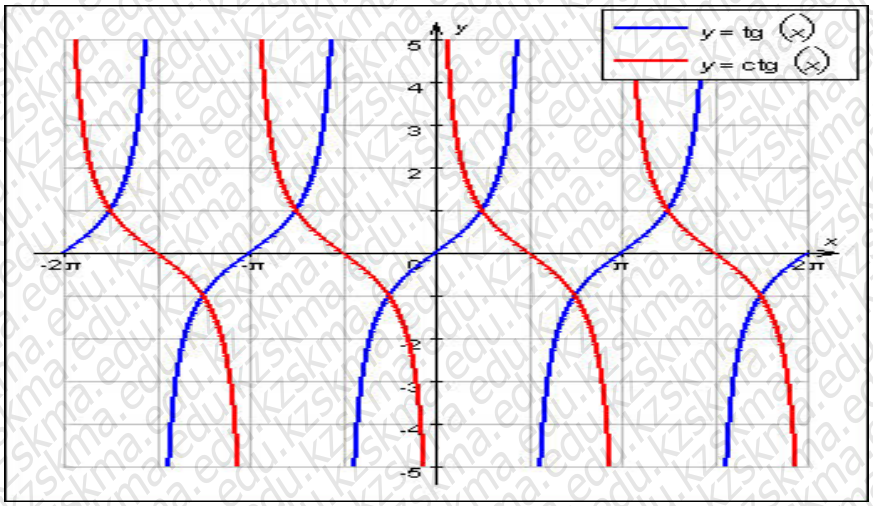
5) Үзілісті нүктелері бар және сол нүктеде анықталмаған. $x = \pi k;\ k \in Z$.

6) тек кемиді $\left]\pi k; \pi + \pi k\right[\ k \in Z$

Енді $y = tgx$, $y = ctgx$ тригонометриялық функцияларының графиктерін сызайық.
Бұл үшін кесте толтырамыз:

X	**0**	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
tgx	**0**	**1**	$\sqrt{3}$	-	**0**

x	**0**	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$ctgx$	-	**1**	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	**0**	-



1.5.Иллюстрациялы материалдар: презентация

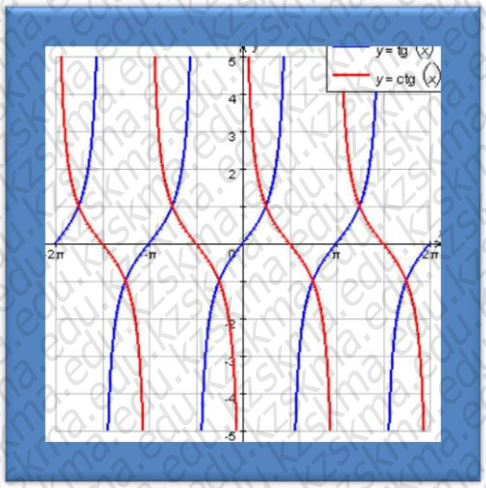
Жаңа тақырыпты бекіту. 25 мин

- α бұрышының синусы, косинусы, тангесі, котангенісі деген не?
- Қандай ширектерде синус пен косинустың таңбалары оң, теріс болады?
- Қандай ширектерде тангенс пен котангенстің таңбалары оң, теріс болады?
- Синус пен косинустың периодтары неге тең?
- Тангенс пен котангенстің периодтары неге тең?

1.6.Қосымша 1

1.7. Бақылау есептері: 30 мин

Мысал. y=f(x) y=ctg(x-$\frac{\pi}{4}$) y=2cos(x+$\frac{\pi}{4}$)+1 функциясының графигін салыңыз.



2- мысал. Функцияның тақ немесе жұп екенін зерттеңіз.

а) y=x³cosx⁵;ә) $y=\frac{cos\,5x-1}{x^3}$ б) $y=\frac{2\sin^2 x}{3x^2-1}$ в) $y=\frac{3tg^2 x}{4-x^4}+3$

Сабақтың қортындылау кезеңі: 10 мин

- Білім алушылардың білімін бағалау.
- Үйге тапсырма беру.

№3 сабақ

1.1. Сабақтың тақырыбы: Түрлендірулер арқылы тригонометриялық функциялардың графигін салу.

Сағат саны: 3 сағ. **135 мин**

1.2. Сабақтың мақсаты:

- **оқыту:** Білім алушыларға түрлендірулер арқылы тригонометриялық функциялардың графигін салуды үйрету.
- **тәрбиелік:** өзіндік жұмыстарды жасауға дағдыландыру.

1.3.Сабақтың міндеті: тақырып бойынша алған білімдерін график салу кезінде қолдану.

Ұйымдастыру кезеңі: 10 мин

- сабақтың жұмыс ортасын ұйымдастыру
- сабақтың мақсаттары мен міндеттерін анықтау

Білім алушылардың өтілген тақырып бойынша білімін тексеру. 20 мин

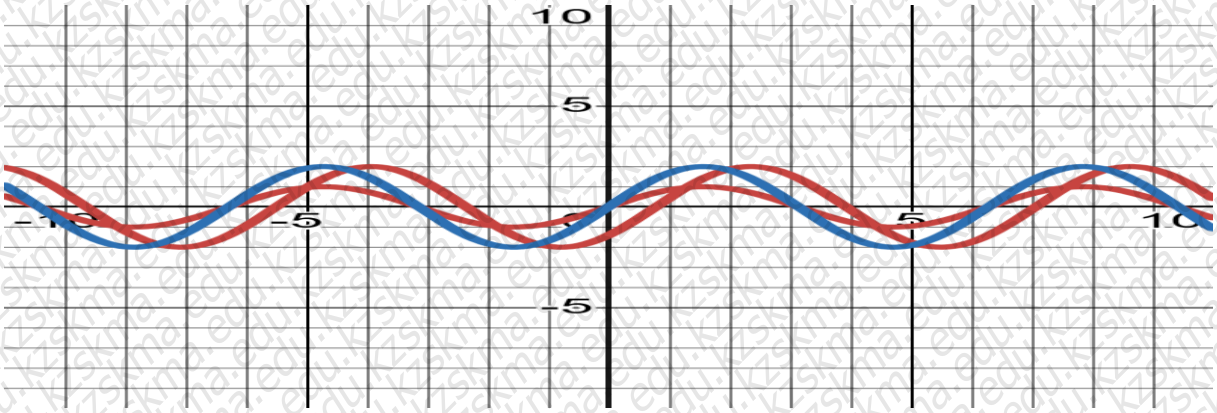
1.4. Тақырыптың негізгі мәселелері:

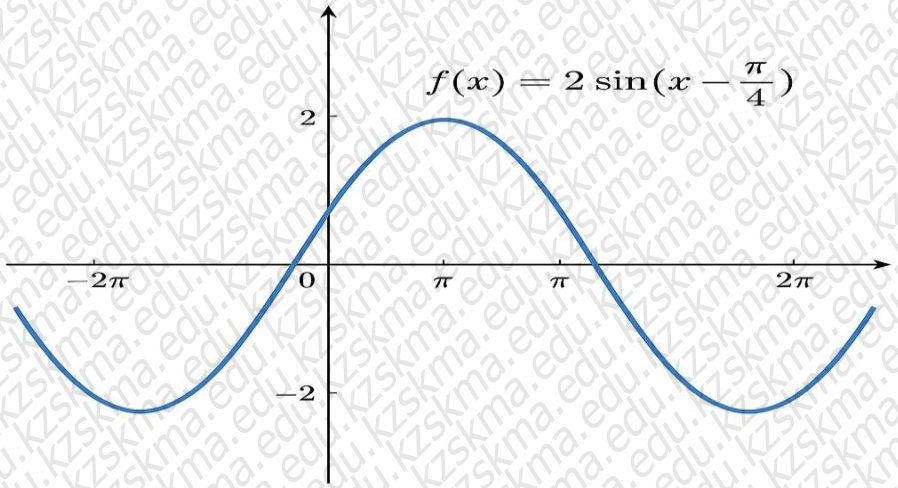
- Тригонометриялық функциялардың графигін салу.
- Тригонометриялық функциялардың графигін түрлендіру
- Түрлендірулер арқылы тригонометриялық функциялардың графигін салу.

Жаңа сабақты түсіндіру : 40 мин

Түрлендірулер арқылы тригонометриялық функциялардың графигін салу және қолдану

$F(x)= 2 \sin (x-\frac{\pi}{4})$ тригонометриялық функцияның графигін түрлендіріңіз





$f(x) = 2\sin(x - \frac{\pi}{4})$

1.5. Иллюстрациялы материалдар: презентация

Жаңа тақырыпты бекіту. 25 мин

- Қай кезде функцияның графигін қарапайым түрлендірулер қолдану арқылы саламыз?
- Функциялардың графиктерін түрлендіру арқылы салудың ерекшелігі неде?
- Функциялардың графиктерін салу үшін функциялардың графиктеріне жасалатын түрлендіруде ұқсастық болады ма?

1.6. Қосымша 1

1.7.Бақылау есептері: 30 мин

Түрлендірулер арқылы тригонометриялық функциялардың графигін салыңыз.

1. $y = \sin x + 1$ 2. $y = 2\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 2$ 3. $y = -4\cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$

Сабақтың қортындылау кезеңі: 10 мин

- Білім алушылардың білімін бағалау.
- Үйге тапсырма беру.

№ 4 сабақ

1.1.Сабақтың тақырыбы: Кері тригонометриялық функциялар, олардың қасиеттері мен графиктері.

- **Сағат саны:** 2 сағ. **90 мин**

1.2. Сабақтың мақсаты:

- **оқыту:** Білім алушыларға кері тригонометриялық функциялардың анықтамасын беру, қасиеттерін түсіндіру және графиктерін салуды үйрету.
- **тәрбиелік:** Білім алушыларды белгілі бір нәтижеге жету дағдыларын қалыптастыру.

1.3.Сабақтың міндеті: тақырып бойынша алған білімін мамандықтарында қолданатын дағдыларын дамыту.

Ұйымдастыру кезеңі: 5 мин

- сабақтың жұмыс ортасын ұйымдастыру
- сабақтың мақсаттары мен міндеттерін анықтау

Білім алушылардың өтілген тақырып бойынша білімін тексеру. 14 мин

1.4. Тақырыптың негізгі мәселелері:

Жаңа сабақты түсіндіру : 27 мин

- Кері тригонометриялық функциялардың графиктері
- y=arcsin x функцияның қасиеттері мен графиктері

- y=arccos x функцияның қасиеттері мен графиктері
- y=arctg x функцияның қасиеттері мен графиктері
- y=arcctg x функцияның қасиеттері мен графиктері

Арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс. Кері тригонометриялық функциялар, олардың қасиеттері мен графиктері.

1. y= sin x функциясына кері функция y=arcsin x функциясының қасиеттерін келтірейік.

1. Д(y)-$[-1.1]$

2. мәндер жиыны $\left[-\frac{\pi}{2}.\frac{\pi}{2}\right]$ кесіндісі

3. y=arcsin (-x)=-arcsin x функция тақ.

4. Функция $[-1.1]$ кесіндісінде бірсарынды өспелі кез келген. x тиісті $[-1.1]$ үшін sin(arcsinx)=x және x тиісті $\left[-\frac{\pi}{2}.\frac{\pi}{2}\right]$

5. y=sinx- тура функция x тиісті $\left[-\frac{\pi}{2}.\frac{\pi}{2}\right]$,-1 x тиісті $-1 \le \sin x \le 1$

6. y=arcsin x – кері функция x тиісті $[-1.1]$; $-\frac{\pi}{2} \le \arcsin x \le \frac{\pi}{2}$

Мысал arcsin 0+ arcsin($\sqrt{2}/2$)+arcsin($\sqrt{3}/2$)+ arcsin(-1) = $\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{2}=\frac{\pi}{12}$.

1. y= cos x функциясына кері функция y=arccos x функциясының қасиеттерін келтірейік.

1. D(arccosx)=[-1, 1], анықталу облысы
2. E(arccosx)=$[0,\pi]$; мәндер жиыны
3. arccos(-x)=x, arccos(-x)= π - arccosx. Функция тақ та жұп та емес.
4. Функция бірсарынды кемімелі.

Мысал. arccos($\sqrt{2}/2$)+arccos($\sqrt{3}/2$)-arccos(-1)= $\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{6}+\pi=\frac{3\pi+2\pi+12\pi}{12}=\frac{17\pi}{12}$

2. y= tgx функциясына кері функция y=arctg x функциясының қасиеттерін келтірейік.

1. D(arctgx)=**R**
2. E(arctgx)= ($-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$.)
3. arctg(-x)=- arctgx. Функция тақ.
4. Функция бірсарынды өспелі. x=tg(arctg x) ($-\frac{\pi}{2} < arctgx < \frac{\pi}{2}$.)

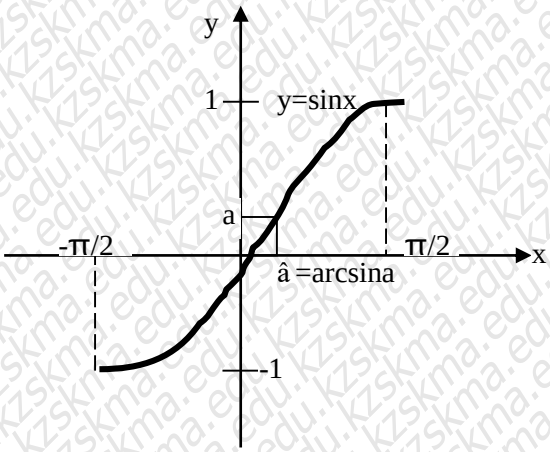
Мысал. arctg(-1) + arctg0- arctg(-$\sqrt{3}$)=-$\frac{\pi}{4}+0+\frac{\pi}{3}=\frac{7\pi}{12}$

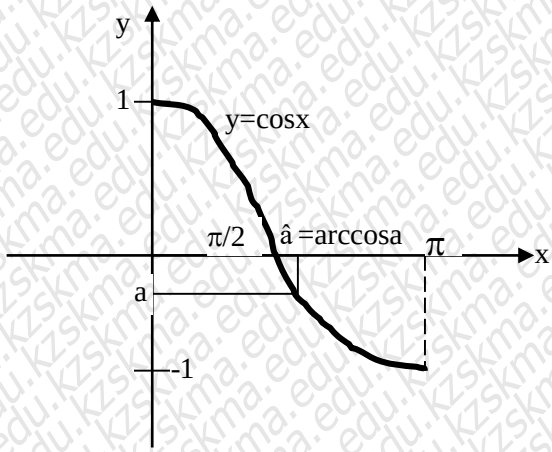
3. y=ctgx функциясына кері функция y=arcctg x функциясының қасиеттерін келтірейік.

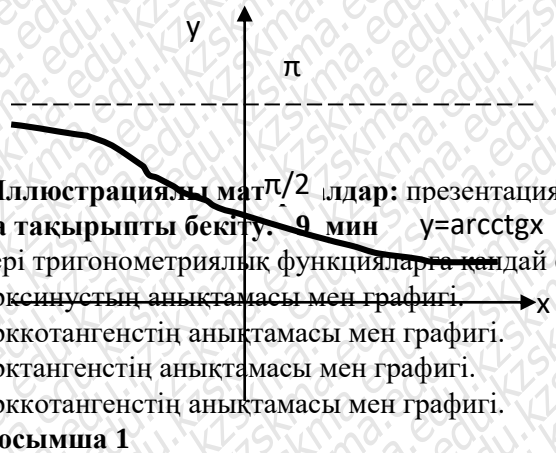
1. D(arcctgx)=R анықталу облысы
2. E(arcctgx)= $(0,\pi)$; мәндер жиыны
3. ctg(arcctgx)=x $x \in$ **R** ; arcctg(-x) = π - arcctgx. Функция тақ та жұп та емес.
4. Функция бірсарынды кемімелі.

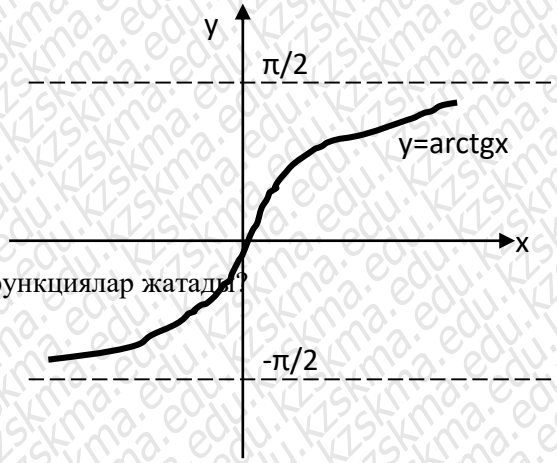
Мысал. arcctg(-1) + arcctg $\frac{1}{\sqrt{3}}$ - arctg(-$\sqrt{3}$)= $\pi-\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3}-\pi+\frac{\pi}{6}=\frac{-3\pi+4\pi+2\pi}{12}=\frac{3\pi}{12}=\frac{\pi}{4}$.

Кері тригонометриялық функциялардың графиктері.









y=arcctgx

1.5. Иллюстрациялық материалдар: презентация

Жаңа тақырыпты бекіту: 9 мин

- Кері тригонометриялық функцияларға қандай функциялар жатады?
- Арксинустың анықтамасы мен графигі.
- Арккотангенстің анықтамасы мен графигі.
- Арктангенстің анықтамасы мен графигі.
- Арккотангенстің анықтамасы мен графигі.

1.6.Қосымша 1

1.7. Бақылау есептері: 31 мин

Есептеңіз:

1) $\arcsin\left(-\sqrt{3}/2\right)$;
2) $\arccos\left(-1/2\right)$;
3) $arctg\left(-\sqrt{3}/3\right)$;
4) $arcctg\left(-1\right)$;
5) $arcctg\left(-\sqrt{3}\right)$;
6) $\arcsin\left(\sqrt{2}/2\right)+\arccos\left(\sqrt{2}/2\right)$;
7) $\arcsin\left(-1\right)+\arccos\left(1\right)$;
8) $\arcsin 1+\arccos 1+arctg\,1+arcctg\,1$;
9) $\arcsin 0+\arccos 0$.

Сабақтың қортындылау кезеңі: 4 мин

- Білім алушылардың білімін бағалау.
- Үйге тапсырма беру.

№5 сабақ

1.1. Сабақтың тақырыбы: **Қарапайым тригонометриялық теңдеулер. Тригонометриялық теңдеулер мен жүйелерді шешу әдістері.**

Сағат саны: 3 сағ. **135 мин**

1.2. Сабақтың мақсаты:

- **оқыту:** Білім алушыларды қарапайым тригонометриялық теңдеулерді және теңсіздіктерді шешуді үйрету.
- **тәрбиелік:** өзіндік жұмыстарды жасауға дағдыландыру

1.3.Сабақтың міндеті: тақырып бойынша алған білімдерін есептер шығару кезінде қолдану.

Ұйымдастыру кезеңі: 10 мин

- сабақтың жұмыс ортасын ұйымдастыру
- сабақтың мақсаттары мен міндеттерін анықтау

Білім алушылардың өтілген тақырып бойынша білімін тексеру. 20 мин

1.4. Тақырыптың негізгі мәселелері:

- Қарапайым тригонометриялық теңдеулер шығару дағдысын қалыптастыру.
- Дербес түбірлерін анықтау.

Жаңа сабақты түсіндіру : 40 мин

Қарапайым тригонометриялық теңдеулер және шешу әдістері

Анықтама. Айнымалысы триногометриялық функция таңбасының ішінде болатын теңдеу **триногметриялық теңдеу** деп аталады.

Мысалы. 2 sin x=1; ctg x=1;tg x+tg $\left(\frac{\pi}{4}-x\right)$ = - 2; 3 cos x = 7 sin x;4 $\sin^2 x$+2;

$\cos^2 x$=3 $\sin^2 x$, cos 5 x cos x= cos4x cos 2x, т.с.с.

Кейбір триногометриялық теңдеулердің ерекше атауы бар.

Анықтама. Sin x= a, cos x= a, tg x = a, ctg x = a(мұндағы а саны кез келген нақты сан, яғни а ε R) түрінде берілген теңдеулерді **қарапайым триногометриялық теңдеулер** деп атайды. **Триногометриялық теңдеулерді шешу** дегеніміз – берілген теңдеуді тура тепе – теңдікке айналдыратын аргументтің барлық мәндерін табу.

Триногометриялық теңдеулерді шешудің өзіне тән ерекше әдістері бар:

1. триногометриялық теңдеудің бір түбірі бар болса, онда оның шексіз түбірлері бар
2. триногометриялық теңдеуді оның екі жақ бөлігінде ортақ көбейткіш болатын триногометриялық функцияға бөлуге болмайды, себебі теңдеудің ең болмағанда бір шешімі жоғалады.

Енді sinx функциясының периоды 2π-ге тең екенін ескеріп,теңдеудің барлық шешімдерін жазу үшін мынандай формулалар шығарып аламыз:

1. $x_1 = \alpha + 2\pi\kappa, \kappa \in \Re$
2. $x_2 = \pi - \alpha + 2\pi\kappa, \kappa \in \Re$
3. $x = (-1)^n \cdot \alpha + \pi n, n \in \Re$
4. $x = (-1)^n \cdot \arcsin \alpha + \pi n \; n \in \Re$

Sinx=a теңдеуінің дербес шешімдері төмендегі кестеде көрсетілген

Sin x=1	**Sin x=1**	**Sin x=0**
$X=\frac{\pi}{2}+2\pi n, n \in Z$	$x=-\frac{\pi}{2}+2\pi n, n \in Z$	$X=\pi n, n \in Z$

Мысалдар қаратырайық.

1-мысал. 2sinx=1 теңдеуін шешейік.

Шешу:sinx=$\frac{1}{2}$ (4) формуланы пайдаланып, x=$(-1)^n$arcsin $\frac{1}{2}+\pi n$, n ϵZ,аламыз

Енді $\arcsin\frac{1}{2}=\frac{\pi}{6}$ екенін ескерсек,онда xh$(-1)^n\frac{\pi}{6}+\pi n$, n ϵ Z–қарастырылып отырған теңдеудің радианмен берілген шешімі, ал градуспен берілген шешімі x=$(-1)^n$ 30˚+180˚n,n ϵZ. Жауабы: $(-1)^n\frac{\pi}{6}+\pi n$немесе =$(-1)^n$ 30˚+180˚n,n ϵZ.

Тригонометриялық теңдеулердің шешімін радиандық немесе градустық түрде көрсетуге болады.

2-мысал. arcsin (1-2x)=$-\frac{1}{2}$.

Шешуі:теңдіктің екі жақ бөлігін(-1)-ге көбейтеміз.Сонда sin(2x-1)= $\frac{1}{2}$теңдеуі берілген теңдеумен мәндес теңдеу болады.

2x-1=$(-1)^n$arcsin $\frac{1}{2}+\pi n$,n ϵ Z;

2x=1+$(-1)^n\frac{\pi}{6}+\pi n$,n ϵZ.

Жауабы:$\frac{1}{2}+(-1)^n\frac{\pi}{12}+\frac{\pi}{2}$n, n ϵ Z .

Енді y=cosx функциясының периоды 2π-ге тең екенін ескеріп,теңдеудің барлық түбірлерін жазу үшін төмендегі формулаларды аламыз :

$x_1=\alpha+2\pi n$, k ϵ Z,

$x_2=-\alpha+2\pi n$,k ϵ Z.

Осы формулаларды біріктіріп,

x=± a+2πn,k ϵZ деп аламыз.

Енді cosα=a болса,a=arc cos a екенін ескерсек x=±arccos a+2πn, k ϵ Z.

Төмендегі кестеде cos x= a теңдеуі теңдеуінің дербес түбірлері көрсетілген.

Cos x=1	Cos x=-1	Cos x=0
X=2πn,nϵZ	X=π+2πn,nϵZ	X=$\frac{\pi}{2}+\pi n$, n ϵ Z

Мысалдар қарастырайық.

3-мысал. 2cos x=-1 теңдеуінің түбірлерін табайық.

Шешуі.Берілген теңдеуді шешу үшін оның екі жақ бөлігін2-ге бөлеміз.

Сонда cos x=$-\frac{1}{2}$.

Ал x=±arc cos($-\frac{1}{2}$)+πk,k ϵ Z,

x=±$\frac{2\pi}{3}$+2πk,k ϵ Z. Жауабы:±$\frac{2\pi}{3}+2\pi k$, k ϵ Z.

4-мысал.$\sqrt{3}$ cos x=$\frac{2}{\sqrt{3}}$.

Теңдіктің оң жағындағы сан $\frac{2}{\sqrt{3}}>1$ демек,берілген теңдеудің шешімі жоқ ,себебі |cos x| 1

Жауабы: жоқ

X ϵ ($-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}$) интервалында теңдеуінің түбірін α деп ұйғарсақ , онда теңдеудің барлық түбірлері x=α+πk, k ϵ Z формуласынмен анықталады.tgα=a ,ал α= arc tg a болғандақтан , соңғы формула мына түрге келеді:

x =arctg a+πk, k ϵ Z.

Тура осылайctg x= a теңдеуі түбірлерінің жалпы түрі

x = arcctg a+πk, k ϵ Z,

Формуласымен анықталады.

tg x=a және ctg x=atеңдеулерінің дербес түбірлері төмендегі кестеде берілген

ctg x=1	ctg x =-1	tg x=0	tg x=±1	ctg x=0
x=$\frac{\pi}{4}$+πn, n ϵ Z	x=$\frac{3\pi}{4}$+πn,n ϵ Z	x=πn, n ϵ Z	x=$\pm\frac{\pi}{4}$+πn,n ϵ Z	x=$\frac{\pi}{2}$+πn, nϵ Z

5-мысал. tg x=$\sqrt{3}$теңдеуін шешейік.

Шешуі. x = arctg$\sqrt{3}+\pi k$, k ϵ Z, онда x = $\frac{\pi}{3}$+πk, k ϵZ .

Жауабы: $\frac{\pi}{3}+\pi k$, k ϵ Z .

6-мысал ,ctg$\frac{x}{2}$= 1 теңдеуін шешейік.

Шешуі, $\frac{x}{2}$= arc ctg 1+kπ,$\frac{x}{2}=\frac{\pi}{4}+k\pi$, k ϵZ; x= $\frac{\pi}{2}+2\pi k$, k ϵZ.

Жауабы: ; x= $\frac{\pi}{2}+2\pi k$, k ϵZ

Тригонометриялық теңдеулерді және теңдеулер жүйесін шешу әдістері

Тригонометриялық функцияның бір ғана түрімен берілген алгебралық теңдеулерге келтірілетін тригонометриялық теңдеулер.

1-мысал. $2sin^2x+3sinx-2=0$ теңдеуін шешейік.

Шешуі. Берілген теңдеу $sinx$ функциясына қатысты квадрат теңдеу болып табылады. Егер $sinx$ =u алмастыруын жасасақ, онда $2sin^2x+3sinx-2=0$ түріндегі алгебралық квадрат теңдеуін аламыз, оның түбірлері

$u_1=-2$ $u_2=\frac{1}{2}$Сонда берілген теңдеу $sin\,x$ функциясына қатысты$sinx=-2$ және $sinx=\frac{1}{2}$ түріндегі қарапайым екі теңдеуге келеді.$sinx=-2$ теңдеуінің түбірі жоқ, себебі теңдіктің оң жағы $|-2|>1$.

$sinx=\frac{1}{2}$, x =$(-1)^{\text{п}}*\frac{\pi}{6}+\pi$n, n ϵ Z. Енді табылған түбірдің берілген теңдеуді қанағаттандыратынын тексерейік. Ол үшін $x=\frac{\pi}{6}$- ны берілеген теңдеуге қоямыз.

$2sin^2\frac{\pi}{6}+3*sin\frac{\pi}{6}-2=2*\left(\frac{1}{2}\right)^2+3+\frac{1}{2}-2=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}-2=0$.

Табылған түбір берілген теңдеуді қанағаттандырады.

Жауабы: $x=(-1)^{\text{п}}*\frac{\pi}{6}+\pi$n, n ϵ Z.

2-мысал. 3cos2x=7cos x теңдеуін шешейік.

Шешуі. Берілген теңдеудегі тригонометриялық функцияларды $\cos 2x=2cos^2x-1$формуласын пайдаланып, аргументтері бірдей тригонометриялық функцияларға келтіреміз: 3($2cos^2x-1$)=7cosx немесе $6cos^2x$ -7cosx-3=0

Cosx=u деп белгілеп, $6u^2-7u-3=0$ теңдеуін аламыз. Сонда

$u_1=\frac{3}{2}, u_2=\frac{1}{3}$. Алынған мәнді орнына қойып,

$$cosx=\frac{3}{2},\quad cosx=\frac{1}{3}$$

Түріндегі қарапайым теңдеулер аламыз.

Бірінші теңдеудің шешімі жоқ, себебі $\frac{1}{3}$> 1, екінші теңдеудің шешімі

x=$\mp arccos(-\frac{1}{3})+2\pi n$ немесе x=$\mp(\pi-arcos\frac{1}{3})+2\pi n$, $n\epsilon$Z.

Жауабы: $\mp(\pi-arcos\frac{1}{3})+2\pi n$, $n\epsilon$Z.

3-мысал. tgx+3ctg=4 теңдеуін шешейік.

Шешуі. Tgx*ctgx=1формуласынан алынған tgx =$\frac{1}{ctgx}$ өрнегін берілген теңдеуге қоямыз. Сонда $\frac{1}{ctgx}+3ctgx=4, 3ctg^2$x-4ctgx+1=0. Енді ctgx=u алмастыруын енгізсек, $3u^2-4u+1=$ 0 түріндегі алгебралық теңдеу аламыз. Бұл теңдеулердің түбірлері $u_1=\frac{1}{3}, u_2=1$.

Алынған мәндерді орнына қойсақ, $ctgx=\frac{1}{3}$ немесе $ctgx$= 1түріндегі екі қарапайым теңдеуге келеміз.

Бұл теңдеулердің шешімі сәйкесінше x= $arcctgx=\frac{1}{3}+\pi k, k\in Z$ немесе x=arctg1+πn және x=$\frac{\pi}{4}$ $\pi n, n\in Z$.

Жауабы: $arcctgx=\frac{1}{3}+\pi k, k\in Z$;$\frac{\pi}{4}$ $\pi n, n\in Z$.

Тригонометриялық формулаларды түрлендіру жолымен шешілетін тригонометриялық теңдеулер.

Мысалдар қарастырайық.
4-мысал. *Sinx+sin2x+sin3x=0* теңдеуін шешейік.
Шешуі. Берілген теңдеуді шешу үшін қосылғыштардың орнын ауыстырып, топтаймыз. Сонда (*sinx+sin3x*)+sin2x=0 шығады. Енді жақша ішіндегі өрнекке синустардың қосындысының формуласын, яғни $\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}$ пайдаланамыз.

Сонда $2\sin\frac{x+3x}{2}*\cos\frac{x-3x}{2}+\sin 2x=0$,
$2\sin*2x\cos(-x) + \sin 2x = 0$, $\sin 2x(2\cos x + 1) = 0$.
Берілген теңдеу $\sin 2x=0$, $\cos x= -\frac{1}{2}$ түріндегі екі қарапайым теңдеуге келеді.
Бірінші теңдеудің түбірлері: $2x=\pi k, x = \frac{\pi}{2}k, k \in Z$,
Екінші теңдеудің түбірлері: $x=\mp\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$.

Жауабы: $\frac{\pi}{2}k, k \in Z$, $=\mp\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$.

5-мысал. $\cos 4x * \cos 2x = \cos 5x * \cos x$ теңдеуін шешейік.
Шешуі. Тригонометриялық формулаларды қолданып, көбейтінді түрінде берілген өрнектерді қосындыға алмастырамыз:
$\cos 4x * \cos 2x=\frac{1}{2}(\cos 6x + \cos 2x)$, *ал* $\cos 5x * \cos x=\frac{1}{2}(\cos 6x + \cos 4x)$.
Осыдан $\frac{1}{2}(\cos 6x + \cos 2x)=\frac{1}{2}(\cos 6x + \cos 4x)$,
$\cos 6x + \cos 2x - \cos 6x - \cos 4x = 0$,
$\cos 2x - \cos 4x = 0$.
Енді косинустардың айырымының формуласын қолданып,
$2\sin 3x * \sin x = 0$ аламыз.
Егер $\sin 3x = 0$ болса, онда $3x = \pi n, x = \frac{\pi}{3}n, n \in Z$.
Егер $\sin x = 0$ болса, онда $x = \pi k, \ k \in Z$.
Алынған шешімдерді біріктірсек, $x = \frac{\pi}{3}n, n \in Z$, шығады.

Жауабы: $x = \frac{\pi}{3}n, k \in Z$.

1.5. Иллюстрациялы материалдар: презентация
Жаңа тақырыпты бекіту. 25 мин
- Триогонометриялық теңдеу дегеніміз не?
- Тригонометриялық теңдеулерді шешу дегеніміз не?
- Триогонометриялық теңдеуді шешу тәсілдері.
- Күрделі тригонометриялық теңдеулерді қалай шешеміз?

1.6.Қосымша 1
1.7.Бақылау есептері : 30 мин
Есептерді шығарыңыз:

№11 а)$\sin x=\frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $\cos x=\frac{1}{2}$;

г) $\sin x = 0$ $x = 0$ $x = \pi n, n \in Z$

$\sin x = \frac{1}{2}$ $x_1 = \frac{\pi}{6}$ $y_1 = 0$

$\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $x_2 = \frac{\pi}{4}$ $y_2 = 0$

$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $x_3 = \frac{\pi}{3}$

$\sin x = 1$ $x_4 = \frac{\pi}{2}$

в)cos x=$-\frac{\sqrt{3}}{2}$;

№12 а) tg x=2 ; ә)ctg x=$\frac{1}{3}$; б)ctg x=$\sqrt{3}$;

в)tg x= 5

№13 а)sin $(-\frac{x}{4})=\frac{\sqrt{2}}{2}$; б)cos (-5x)=-0.5 ;в) $\sin^2 x - 3 = 2\sin x$

№14 а) $\sin x = 1 - 2\sin^2 x$ ә)tg(-$\frac{x}{3}$)=$\sqrt{3}$;в)ctg (-6x)=-1 ;

а) $cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \sin 3x + \sin 5x = 0;$

ә) $\cos 2x + \cos 4x + \cos(x - 3x) = 0;$

б) $\sin 5x + \sin 2x + \sin 3x + \sin 4x = 0;$

в)$\cos 5x + \cos 2x + \cos 3x + \cos 4x = 0;$

а) $3\ sin^2 x - cos^2 x = 0;$

ә)$3\ sin^2 x + 4cos^2 x - 13\ sinx * \cos x = 0;$

б)$sin^2 x - 2\ sinx * \cos x - cos^2 x;$

Сабақтың қортындылау кезеңі: 10 мин

- Білім алушылардың білімін бағалау.
- Үйге тапсырма беру.

№ 6 сабақ

1.1. Сабақтың тақырыбы: Тригонометриялық теңсіздіктер мен жүйелер

Сағат саны: 3 сағ. **135 мин**

1.2. Сабақтың мақсаты:

- **оқыту:** Білім алушыларға тригонометриялық өрнекті теңбе–тең түрлендіруді үйрету.
- **тәрбиелік:** Білім алушыларды өз еңбегімен белгілі бір нәтижеге жету даңдыларын қалыптастыру.

1.3.Сабақтың міндеті: тақырып бойынша алған білімдерін есептер шығару кезінде қолдану.

Ұйымдастыру кезеңі: 10 мин

- сабақтың жұмыс ортасын ұйымдастыру
- сабақтың мақсаттары мен міндеттерін анықтау

Білім алушылардың өтілген тақырып бойынша білімін тексеру. 20 мин

1.4. Тақырыптың негізгі мәселелері:

- Тригонометриялық теңсіздіктер ұғымы.
- Тригонометриялық теңсіздіктерді шешу әдістері.
- Тригонометриялық теңсіздіктердің жүйелер

Жаңа сабақты түсіндіру : 40 мин

Тригонометриялық теңсіздіктер мен жүйелер

$\sin x \le \alpha, \sin x \ge \alpha, \sin x < \alpha, \sin x > a$

$\cos x \le a, \cos x \ge a, \cos x < a, \cos x > a$

$tgx \le a, tgx \ge a, tgx < a, tgx > a$

$ctgx \le a, ctgx \ge a, ctgx < a, ctgx > a$

мұндағы $a \in R$, түрінде берілген теңсіздіктер тригонометриялық теңсіздіктер деп аталады.

Тригонометриялық теңсіздіктерді шешу үшін қолданылатын алгоритмдер:

1. Тригонометриялық теңсіздікті қарапайым тригонометриялық теңсіздікке келтіру;
2. бір координаталық жазықтыққа теңсіздіктің құрамында берілген тригонометриялық функцияның графигін салу және $y = a$ түзуін жүргізу;
3. функциялар графиктерінің қиылысу нүктелерін табу;
4. берілген теңсіздікті қанағаттандыратын қисықтың бөлігі мен бас аралықты анықтау;

5. сәйкес кері тригонометриялық функцияның мәнін ескеріп, бас аралықтың шеткі нүктелерінің абциссаларының мәнін табу;
6. Тригонометриялық функцияның периодтылық қасиетін пайдаланып, теңсіздіктің жалпы шешімін жазу.

Тригонометриялық теңсіздіктер формуласы.

$\sin x \geq a, (|a| \leq 1) \Leftrightarrow x \in [\arcsin a + 2\pi n, \pi - \arcsin a + 2\pi n], n \in Z$

$\sin x \leq a, (|a| \leq 1) \Leftrightarrow x \in [-\pi - \arcsin a + 2\pi n, \arcsin a + 2\pi n], n \in Z$

$\cos x \geq a, (|a| \leq 1) \Leftrightarrow x \in [-\arccos a + 2\pi n, \arcsin a + 2\pi n], n \in Z$

$\cos x \leq a, (|a| \leq 1) \Leftrightarrow x \in [\arccos a + 2\pi n, 2\pi - \arcsin a + 2\pi n], n \in Z$

$tgx \geq a, (a \in R) \Leftrightarrow x \in \left[arctga + \pi n, \frac{\pi}{2} + \pi n \right], n \in Z$

$tgx \leq a, (a \in R) \Leftrightarrow x \in \left[-\frac{\pi}{2} + \pi n, arctga + \pi n \right], n \in Z$

$ctgx \geq a, (a \in R) \Leftrightarrow x \in [\pi n, arcctga + \pi n], n \in Z$

$ctgx \leq a, (a \in R) \Leftrightarrow x \in [arcctga + \pi n, \pi n], n \in Z$

1.5. Иллюстрациялы материалдар: презентация

Жаңа тақырыпты бекіту. 25 мин

- Тригонометриялық теңсіздіктерді жазыңыз.
- Тригонометриялық теңсіздіктің анықтамасы
- Тригонометриялық теңсіздіктерді шешу дегеніміз не?
- Тригонометриялық теңсіздіктерді шешудің алгоритмі
- Тригонометриялық теңсіздіктерді шешуге мысалдар

1.6.Қосымша 1

1.7. Бақылау есептері: 30 мин

1. $\sin x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$ 2. $\cos x < 0$ 3. $tg3x \leq -1$ 4. $ctgx \leq 1$ теңсіздіктерін шешіңіз.

Сабақтың қортындылау кезеңі: 10 мин

- Білім алушылардың білімін бағалау.
- Үйге тапсырма беру.

№ 7 сабақ

1.1. Сабақтың тақырыбы: Дәреже мен түбірлер.

Сағат саны: 2 сағ. **90 мин**

1.2. Сабақтың мақсаты:

- **оқыту:** Білім алушыларға нақты санның түбірі туралы ұғым және оның қасиеттері бойынша білімдерін тереңдету, түбірдің қасиеттерін есеп шығаруда қолдануды, иррационал өрнектерді түрлендіруді үйрету.
- **тәрбиелік:** Білім алушыларды өз еңбегімен белгілі бір нәтижеге жету дағдыларын қалыптастыру.

1.3.Сабақтың міндеті: тақырып бойынша алған білімдерін есептер шығару кезінде қолдану.

Ұйымдастыру кезеңі: 5 мин

- сабақтың жұмыс ортасын ұйымдастыру
- сабақтың мақсаттары мен міндеттерін анықтау

Білім алушылардың өтілген тақырып бойынша білімін тексеру. 14 мин

1.4. Тақырыптың негізгі мәселелері:

- Көбейтіндіден түбір шығару
- Бөлшектен түбір шығару
- Өрнектің көрсеткішін қысқарту
- Түбірді дәрежеге шығару
- Түбірден түбір шығару

Жаңа сабақты түсіндіру : 27 мин

n-ші дәрежелі түбір және оның қасиеттері. Иррационал өрнектерді түрлендіру.

Анықтама. a санының n-ші дәрежелі түбірі деп n- ші дәрежесі a санына тең болатын b санын айтады. Анықтама бойынша=b , мұндағыn- түбір көрсеткіші, a – түбір ішіндегі өрнек.

1. $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

Мысал**:** $\sqrt[3]{1000 \cdot 64 \cdot (-27)} = \sqrt[3]{1000} \cdot \sqrt[3]{64} \cdot \sqrt[3]{-27} = \sqrt[3]{10^3} \cdot \sqrt[3]{4^3} \sqrt[3]{-3^3} = 10 \cdot 4 \cdot (-3) = -120$

2. $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

Мысал: $\sqrt{\frac{25}{64}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{64}} = \frac{5}{8}$

$\sqrt[nk]{a^k} = \sqrt[n]{a}$

3.

Мысал: $\sqrt[6]{8} = \sqrt[6]{2^3} = \sqrt{2}$ $\sqrt[12]{u^8} = \sqrt[3]{u^2}$

$\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$ Мысал: $\left(\sqrt[3]{2}\right)^5 = \sqrt[3]{2^5} = \sqrt[3]{32} = \sqrt[3]{8 \cdot 4} = 2\sqrt[3]{4}$

4.

$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}$ Мысал: $\sqrt[3]{\sqrt{64}} = \sqrt[6]{64} = 2$

5.

Иррационал өрнектерді түрлендірудің негізгі түрлері. Иррационал өрнектерді түрлендіру кезінде, кез келген басқа өрнектерді түрлендіру кезіндегідей, рұқсат етілген мәндер аукымын (ҚҚ) ескеру және оның тарылуына жол бермеу қажет екенін бірден байқаймыз.

Иррационал өрнектермен, басқа түрдегі өрнектермен сияқты, кез келген негізгі бірдей түрлендірулерді жүзеге асыруға болады, мейлі ол жақшаларды кеңейту, ұқсас мүшелерді топтастыру және азайту және т.б. Бұл түсінікті, өйткені бұл түрлендірулер әртүрлі типтегі сандарға ортақ сандармен әрекеттердің осындай қасиеттеріне негізделген. Сондай-ақ, иррационал өрнектерді түрлендіру кезінде іс-әрекеттерді жүзеге асырудың қабылданған тәртібі сақталатындығы түсінікті.

Мысал: Иррационал өрнекті түрленді $9 + \sqrt[3]{3} - 2 + 4 \cdot \sqrt[3]{3} + 1 - 2 \cdot \sqrt[3]{3}$ ру

Бастау үшін 81 түбірін оның 9 мәніне ауыстырайық (қажет болса, түбірлердің алынуын қараңыз), бізде бар

$$\sqrt{81}+\sqrt[3]{3}-2+4\cdot\sqrt[3]{3}+1-2\cdot\sqrt[3]{3}=$$
$$=9+\sqrt[3]{3}-2+4\cdot\sqrt[3]{3}+1-2\cdot\sqrt[3]{3}$$

Алынған өрнекте ұқсас терминдер бар екені анық, сондықтан оларды азайтуды орындаған жөн:

$$9+\sqrt[3]{3}-2+4\cdot\sqrt[3]{3}+1-2\cdot\sqrt[3]{3}=$$
$$=(9-2+1)+\left(\sqrt[3]{3}+4\cdot\sqrt[3]{3}-2\cdot\sqrt[3]{3}\right)=$$
$$=8+3\cdot\sqrt[3]{3}$$

Жауап: $9+\sqrt[3]{3}-2+4\cdot\sqrt[3]{3}+1-2\cdot\sqrt[3]{3}=8+3\cdot\sqrt[3]{3}$

1.5. Иллюстрациялы материалдар: презентация

Жаңа тақырыпты бекіту. 9 мин

- Түбір таңбасының ішіндегі сандар қандай мәндерді қабылдайды?
- Кез келген нақты саннан әр уақытта n-ші дәрежелі түбір табылады ма?
- Иррационал өрнектерді түрлендіру тәсілдерін қандай жағдайларда қолданған ыңғайлы?

1.6.Қосымша 1

1.7. Бақылау есептері: 31 мин

Көбейтіндіден түбір шығарыңдар

1. $\sqrt{49\cdot 64\cdot 100}$ **2.** $\sqrt[3]{8\cdot 27\cdot 125}$

Өрнектің мәнін есептеңдер

1. $\sqrt{\frac{49}{225}}$ **2.** $\sqrt[3]{\frac{8\cdot 125}{343}}$ **3.** $\sqrt{\sqrt{3}}$ **4.** $\sqrt{\sqrt[3]{4}}$

1. $\left(3\sqrt{2}-2\sqrt{3}\right)\cdot\left(7\sqrt{2}-5\sqrt{3}\right)$ көбейтуін орындаңыз.

2. $\left(2ав\sqrt[3]{\frac{x^2}{в}}-x\sqrt[3]{в}\right)\div\sqrt[3]{вх}$ бөлуін орындаңыз.

Сабақтың қортындылау кезеңі: 4 мин

- Білім алушылардың білімін бағалау.
- Үйге тапсырма беру.

№8 сабақ

1.1. Сабақтың тақырыбы: Рационал көрсеткішті дәреже.

Сағат саны: 3 сағ. **135 мин**

1.2. Сабақтың мақсаты:

- **оқыту:** Білім алушыларға санның дәрежесі бойынша білімдерін кеңейтіп тереңдетеді, рационал көрсеткішті дәреже және оның қасиеттерімен қолдануды үйрету.
- **тәрбиелік:** Білім алушыларды өз еңбегімен белгілі бір нәтижеге жету дағдыларын қалыптастыру.

1.3.Сабақтың міндеті: тақырып бойынша алған білімдерін есептер шығару кезінде қолдану.

Ұйымдастыру кезеңі: 10 мин

- сабақтың жұмыс ортасын ұйымдастыру
- сабақтың мақсаттары мен міндеттерін анықтау

Білім алушылардың өтілген тақырып бойынша білімін тексеру: 20 мин

1.4. Тақырыптың негізгі мәселелері:
- Көбейтіндіден түбір шығару
- Бөлшектен түбір шығару
- Өрнектің көрсеткішін қысқарту
- Түбірді дәрежеге шығару
- Түбірден түбір шығару

Жаңа сабақты түсіндіру : 40 мин

Рационал көрсеткішті дәреже. Рационал көрсеткішті дәрежесі бар өрнектерді түрлендіру.

Анықтама. Оң а санының $\frac{m}{n}$ рационал көрсеткішті дәрежесі деп a^m санынан алынған n-ші дәрежелі түбірдің мәнін айтады.

1. $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

Мысал: $5^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{5^2} = \sqrt[3]{25}$

2. $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

Мысал: $5^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{2}{3}} = 5^{\frac{1}{3}+\frac{2}{3}} = 5^{\frac{3}{3}} = 5^1 = 5$

$a^n \div a^m = a^{n-m}$

3.

Мысал: $7^{\frac{2}{3}} \div 7^{\frac{1}{3}} = 7^{\frac{2}{3}-\frac{1}{3}} = 7^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{7}$

$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$ Мысал: $(5^2)^3 - (5^3)^4 = 5^6 - 5^{12} = 5^{-6} = \frac{1}{5^6}$

4.

5. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ Мысал: $\left(\frac{2}{5}\right)^2 + \left(\frac{1}{5}\right)^3 = \frac{2^2}{5^2} + \frac{1^3}{5^3} = \frac{4}{25} + \frac{1}{125} = \frac{20+1}{125} = \frac{21}{125}$

6. $a^0 = 1$ Мысал: $5^0 = 1$ $50^0 = 1$ $1000^0 = 1$

7. $a^{-p} = \frac{1}{a^p}$ Мысал: $8^{-2} = \frac{1}{8^2} = \frac{1}{64}$ $4^{-3} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{64}$

1.5. Иллюстрациялы материалдар: презентация

Жаңа тақырыпты бекіту. 25 мин
- Түбір таңбасының ішіндегі сандар қандай мәндерді қабылдайды?
- Кез келген нақты саннан әр уақытта n-ші дәрежелі түбір табылады ма?
- Иррационал өрнектерді түрлендіру тәсілдерін қандай жағдайларда қолданған ыңғайлы?

1.6.Қосымша 1

1.

1.7.Бақылау есептері: 30 мин

1. $16^{\frac{3}{4}} \cdot 16^{\frac{3}{2}}$ 2 $\left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{3}{4}} \div \left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{1}{4}}$ 3 $\sqrt[5]{\frac{8}{9}} \cdot \sqrt[7]{\frac{3}{16}}$

Кестені толтырыңыз.

Өрнек	$\sqrt[n]{a}$	$\sqrt[n]{a^m}$
$2^{\frac{1}{3}}$		

$15^{\frac{3}{4}}$		
$41^{0,5}$		
$125^{-\frac{3}{7}}$		
$27^{\frac{1}{3}}$		
7^{2}		
$16^{\frac{3}{4}}$		
$\frac{8^{\frac{3}{5}}}{7}$		

Сабақтың қортындылау кезеңі: 10 мин

- Білім алушылардың білімін бағалау.
- Үйге тапсырма беру.

№9 сабақ

1.1. Сабақтың тақырыбы: Иррационал теңдеулер мен жүйелер.
Сағат саны: 3 сағ. **135 мин**

1.2. Сабақтың мақсаты:

- **оқыту:** Білім алушыларға санның дәрежесі бойынша білімдерін кеңейтіп тереңдетеді, рационал көрсеткішті дәреже және оның қасиеттерімен, иррационал көрсеткішті дәреже ұғымымен өрнектердің мәнін есептерді үйрету.
- **тәрбиелік:** Білім алушыларды өз еңбегімен белгілі бір нәтижеге жету дағдыларын қалыптастыру.

1.3.Сабақтың міндеті: тақырып бойынша алған білімдерін есептер шығару кезінде қолдану.

Ұйымдастыру кезеңі: 10 мин

- сабақтың жұмыс ортасын ұйымдастыру
- сабақтың мақсаттары мен міндеттерін анықтау

Білім алушылардың өтілген тақырып бойынша білімін тексеру: 20мин

1.4. Тақырыптың негізгі мәселелері:

- Рационал көрсеткішті дәреже және оның қасиеттері.
- Иррационал көрсеткішті дәреже.
- Санның дәрежесі.

Жаңа сабақты түсіндіру : 40 мин

Иррационал теңдеулер мен теңдеу жүйелерді шешу әдістері.

Анықтама. Иррационал теңдеу деп айнымалысы түбір таңбасының ішінде, сонымен қатар бөлшек көрсеткішті дәреженің негізі болатын теңдеуді айтамыз.

Иррационал теңдеулерді шешудің жалпы әдісі:

1. Егер иррационал теңдеуде бір ғана түбір белгілі болса онда түбір белгісі теңдеудің бір жақ бөлігінде қалатын етіп түрлендіреміз. Одан кейін теңдеудің екі жақ бөлігінде бірдей дәрежеге шығару арқылы рационал теңдеу аламыз.
2. Егер иррационал теңдеуде екі немесе одан көп түбір белгілі болса, онда алдымен түбірдің біреуін теңдеудің бір жақ бөлігінде қалдырып , теңдеудің екі жақ бөлігін бірдей дәрежеге шығарамыз.Содан кейін рационал теңдеу алынғанша осы тәсілді қайталаймыз.

Мысал: $\sqrt{x+2}=x$ **теңдеуін шешейік.**

$$\left(\sqrt{x+2}\right)^2 = x^2 \Rightarrow x+2=x^2 \Rightarrow x^2-x-2=0$$

$$D=(-1)^2-4\cdot1\cdot(-2)=1+8=\sqrt{9}=3$$

$$x_1=\frac{-(-1)-3}{2}=\frac{-2}{2}=-1$$

$$x_2=\frac{-(-1)+3}{2}=\frac{4}{2}=2$$

демек, х=-1 бөгде түбір, х=2

иррационал теңдеудің түбірі.

Анықтама. Құрамында иррационал теңдеуі бар жүйені иррационал теңдеуілер жүйесі деп атайды.

Мысал: $\begin{cases}\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}=5\\ x+y=35\end{cases}$ **теңдеулер жүйесін шешейік.**

$\sqrt[3]{x}=a,\sqrt[3]{y}=b$ деп жаңа айнымалы енгіземіз, $\begin{cases}a+в=5\\ a^2-в^2=35\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a+в=5\\ a^2-ав+в^2=7\end{cases}$

Екінші теңдеуді қалдырып,шешеміз.

$$\begin{cases}a+в=5\\ a^3-в^3=35\end{cases}\Rightarrow$$

Кубтардың формуласына сәйкестендіріп орнына коямыз.

$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$

$35 = 5^3 - 3ab\cdot5$

$35 = 125 - 15ab$

$15ab = 90 \rightarrow ab = 6$, бизде $\begin{cases}a+в=5\\ ab=6\end{cases}$

$x^2 - (a + b)x + ab = 0$ осы формулага сәйкес жаңа айнымалыны енгізіп квадрат теңдеуін шешеміз.

$t^2 - 5t + 6 = 0$

$D = 25 - 4\cdot6 = 1$

$t_1 = (5 + 1)/2 = 3$

$t_2 = (5 - 1)/2 = 2$

шешімі: t = 2 и t = 3

a = 2, b = 3 және a = 3, b = 2

$\sqrt[3]{x} = 2, \sqrt[3]{y} = 3$

сонда жауабы: x = 8, y = 27 және x = 27, y = 8 ✓

$$\begin{cases} \sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{27} = 5 \\ 8 + 27 = 35 \end{cases}$$

1.5. Иллюстрациялы материалдар: презентация

Жаңа тақырыпты бекіту. 25 мин

- Иррационал теңдеуді шешу барысында қандай теңдеулер шығарылуы мүмкін?
- Иррационал теңдеулерді шешу кезінде неліктен иррационал өрнектің анықталу облысына назар аударылады?
- Иррационал теңдеулер жүйесі дегеніміз не?

1.6.Қосымша 1

1.7.Бақылау есептері: 30 мин

Теңдеулер мен теңдеулер жүйесін шешіңіздер

1. $\sqrt{x} = 3$ $\sqrt{x-3} = 2$ $\sqrt[3]{x+2} = 3$

2 3

$$\begin{cases} \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = 4 \\ x + y = 28 \end{cases} \qquad \begin{cases} \sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y} = 2 \\ xy = 27 \end{cases}$$

Сабақтың қортындылау кезеңі: 10 мин

- Білім алушылардың білімін бағалау.
- Үйге тапсырма беру.

№9 сабақ

1.1. Сабақтың тақырыбы: Иррационал теңсіздіктер және олардың жүйелерін шешу әдістері.

Сағат саны: 3 сағ. **135 мин**

1.2. Сабақтың мақсаты:

- **оқыту:** Білім алушыларға иррационал теңсіздіктерді шешу әдістерін және олардың жүйесін шешуді үйрету.
- **тәрбиелік:** Білім алушыларды өз еңбегімен белгілі бір нәтижеге жету дағдыларын қалыптастыру.

1.3.Сабақтың міндеті: тақырып бойынша алған білімдерін есептер шығару кезінде қолдану.

Ұйымдастыру кезеңі: 10 мин

- сабақтың жұмыс ортасын ұйымдастыру
- сабақтың мақсаттары мен міндеттерін анықтау

Білім алушылардың өтілген тақырып бойынша білімін тексеру: 20 мин

1.4. Тақырыптың негізгі мәселелері:

- иррационал теңсіздіктерді шешу әдістері.
- иррационал теңсіздіктердің жүйесі.

Жаңа сабақты түсіндіру : 40 мин

Иррационал теңсіздіктер және олардың жүйелерін шешу әдістері.

Анықтама. Айнымалысы түбір ішінде болатын теңсіздікті иррационал теңсіздік деп атаймыз.

Негізігде иррационал теңсіздіктерді шешу дәрежеге шығару әдісімен шешіледі.Дәрежеге шығару кезінде келесі екі тұжырымды білу және қолдану керек.

1. Егер теңсіздіктің екі жақ бөлігі айнымалының мүмкін болатын мәндер облысында теріс емес болса онда оның таңбасын сақтай отырып екінші дәрежеге (немесе кез келген жұп дәрежеге)шығарып берілген теңсіздікке мәндес теңсіздік аламыз.

2. Егер теңсіздіктің таңбасын сақтай отырып, тақ дәрежеге шығарсақ, онда берілген теңсіздікке мәндес теңсіздік аламыз, яғни егер $f_1(x) > f_2(x)$ болса, онда $(f_1(x))^{2n+1} > (f_2(x))^{2n+1}$ теңсіздігі берілген теңсіздікке мәндес болады.

Мысал: $\sqrt{2x^2-5x+11} \geq 3$ **теңсіздігін шешейік.**

$$\begin{cases} 2x^2-5x+11 \geq 0 \\ 2x^2-5x+11 \geq 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x^2-5x+11 \geq 0 \\ 2x^2-5x+2 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow$$

1. $2x^2-5x+11=0$

$D = 25-88 = -63$

2. $2x^2-5x+2=0$

$D = 25-16 = 9$

$x_1 = 0.5 . x_2 = 2$

$$\begin{cases} x \in R \\ (-\infty;0.5] \cup [2;+\infty) \end{cases}$$

Анықтама. Құрамында иррационал теңдеуі бар жүйені иррационал теңдеуілер жүйесі деп атайды.

Мысал: $\begin{cases} \sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}=5 \\ x+y=35 \end{cases}$ **теңдеулер жүйесін шешейік.**

$\sqrt[3]{x} = a, \sqrt[3]{y} = b$ деп жаңа айнымалы енгіземіз, $\begin{cases} a+в=5 \\ a^2-в^2=35 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+в=5 \\ a^2-ав+в^2=7 \end{cases}$

Екінші теңдеуді қалдырып,шешеміз.

$$\begin{cases} a+в=5 \\ a^3-в^3=35 \end{cases} \Rightarrow$$

Кубтардың формуласына сәйкестендіріп орнына коямыз.

$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$

$35 = 5^3 - 3ab \cdot 5$

$35 = 125 - 15ab$

15ab = 90 → ab = 6, бизде $\begin{cases} a + в = 5 \\ ab = 6 \end{cases}$

x^2 - (a + b)x + ab = 0 осы формулага сәйкес жаңа айнымалыны енгізіп квадрат теңдеуін шешеміз.

t^2 - 5t + 6 = 0

D = 25 - 4·6 = 1

t_1 = (5 + 1)/2 = 3

t_2 = (5 - 1)/2 = 2

шешімі: t = 2 и t = 3

a = 2, b = 3 және a = 3, b = 2

$\sqrt[3]{x} = 2, \sqrt[3]{y} = 3$

сонда жауабы: x = 8, y = 27 және x = 27, y = 8 ✓

$\begin{cases} \sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{27} = 5 \\ 8 + 27 = 35 \end{cases}$

1.5. Иллюстрациялы материалдар: презентация

Жаңа тақырыпты бекіту. 25 мин

- Иррационал теңдеуді шешу барысында қандай теңдеулер шығарылуы мүмкін?
- Иррационал теңдеулерді шешу кезінде неліктен иррационал өрнектің анықталу облысына назар аударылады?
- Иррационал теңдеулер жүйесі дегеніміз не?

1.6.Қосымша 1

1.7.Бақылау есептері: 30 мин

Теңсіздіктерді шешіңіз.

а) $\frac{\sqrt{21 - 4x - x^2}}{x - 2} < 1;$ б) $\frac{1 - \sqrt{8 - x^2}}{2x} < 1$

Сабақтың қортындылау кезеңі: 10 мин

- Білім алушылардың білімін бағалау.
- Үйге тапсырма беру.

№10 сабақ

1.1. Сабақтың тақырыбы: Дәрежелік функция, оның қасиеттері және графигі.

Сағат саны: 2 сағ. **90 мин**

1.2. Сабақтың мақсаты:

- **оқыту:** Білім алушыларға дәрежелік функция, оның қасиеттері және графиктерін салуды сонымен қатар әр түрлі есептер шығаруда дәрежелік функцияның қасиеттерін қолдануды үйрету.
- **тәрбиелік:** Білім алушыларды өз еңбегімен белгілі бір нәтижеге жету дағдыларын қалыптастыру.

1.3.Сабақтың міндеті: тақырып бойынша алған білімдерін есептер шығару кезінде қолдану.

Ұйымдастыру кезеңі: 5 мин

- сабақтың жұмыс ортасын ұйымдастыру
- сабақтың мақсаттары мен міндеттерін анықтау

Білім алушылардың өтілген тақырып бойынша білімін тексеру: 14 мин

1.4. Тақырыптың негізгі мәселелері:

- Дәрежелік функция.
- Дәрежелік функцияның қасиеттері және графигі.

Жаңа сабақты түсіндіру : 27 мин

Дәрежелік функция, оның қасиеттері және графигі.

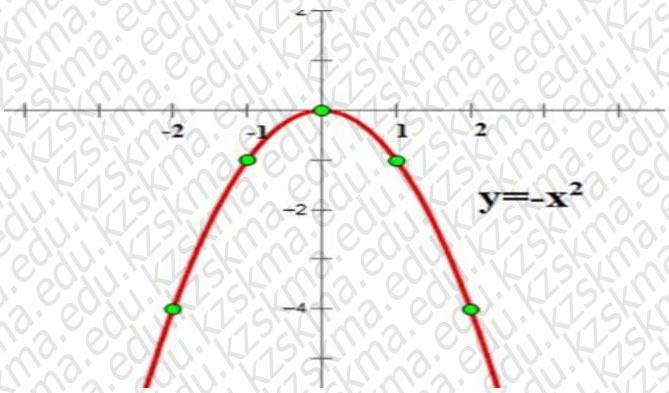
Анықтама. $y = x^n$ түрінде берілген функция дәрежелік функция деп аталады.

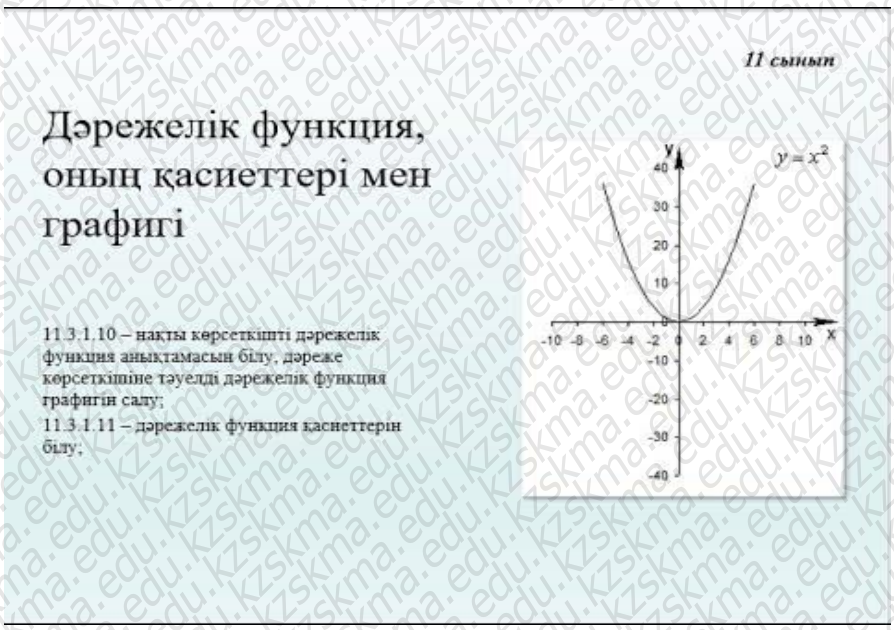
Мысал. $y = -x^2$ функциясының графигін сызамыз.

Ол үшін х пен у-тің сәйкес мәндерінің кестесін құрастыру керек.

Координаталық жазықтықта координаталары кестеде көрсетілген нүктелерді белгілейік.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-9	-4	-1	0	-1	-4	-9





1.5. Иллюстрациялы материалдар: презентация

Жаңа тақырыпты бекіту. 9 мин

- Дәрежелік функциялардың әр түрлі болуының себебі неде?
- Қандай жағдайда дәрежелік функция жоғарыдан немесе төменнен шектелген болады?

1.6.Қосымша 1

1.7.Бақылау есептері: 31 мин

$f(x)=x^2+2$ $f(x)=x^3$ $f(x)=-x^2+5$ функцияларының графигін салыңыздар.

Сабақтың қортындылау кезеңі: 4 мин

- Білім алушылардың білімін бағалау.
- Үйге тапсырма беру.

№11 сабақ

1.1. Сабақтың тақырыбы: Көрсеткіштік функция.

Сағат саны: 3 сағ. **135 мин**

1.2. Сабақтың мақсаты:

- **оқыту:** Білім алушыларға көрсеткіштік функция, оның қасиеттері және графиктерін салуды сонымен қатар функцияның қасиеттерін қолданып есептер шығаруды үйрету.
- **тәрбиелік:** Білім алушыларды өз еңбегімен белгілі бір нәтижеге жету дағдыларын қалыптастыру.

1.3.Сабақтың міндеті: тақырып бойынша алған білімдерін график салуда есептер шығару кезінде қолдану.

Ұйымдастыру кезеңі: 10 мин

- сабақтың жұмыс ортасын ұйымдастыру
- сабақтың мақсаттары мен міндеттерін анықтау

Білім алушылардың өтілген тақырып бойынша білімін тексеру: 20 мин

1.4. Тақырыптың негізгі мәселелері:

- Көрсеткіштік функцияның қасиеттері және графигі.
- График бойынша көрсеткіштік функцияның қасиеттерін сипаттау.

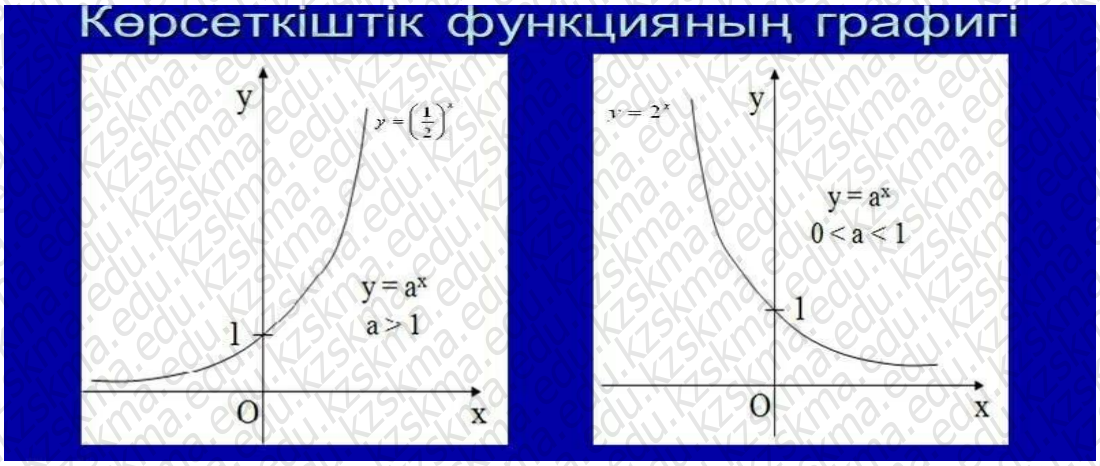
Жаңа сабақты түсіндіру : 40 мин

Көрсеткіштік функция, оның қасиеттері және графигі. График бойынша көрсеткіштік функцияның қасиеттерін сипаттау.

Анықтама. $y=a^x\left(a\neq 1, a>0\right)$ түрінде берілген функция көрсеткіштік функция деп аталады.

көрсеткіштік функция – математикадағы функция, онда **a** негіз, ал **x** көрсеткіш ретінде белгіленеді. Негізі **a > 0** және **a ≠ 1** болуы тиіс.

Функцияның анықталу облысы барлық нақты сандар жиыны, ал мәндері оң нақты сандарды қамтиды. **a > 1** болғанда функция өспелі, ал **0 < a < 1** кемімелі болады.



1.5. Иллюстрациялы материалдар: презентация

Жаңа тақырыпты бекіту. 25 мин

- Көрсеткіштік функция деп не аталады?
- Көрсеткіштік функция қалай анықталады?
- Көрсеткіштік ық функциялардың қасиеттерін атаңыз?
- Көрсеткіштік функцияның графигі симметриялы бола ма?

1.6.Қосымша 1

1.7.Бақылау есептері: 30 мин

1. $f(x)=2^x, f(x)=x^2$ 2. $f(x)=2^x, f(x)=x^4+1$ 3. $f(x)=2^x, f(x)=3x^2$

функцияларының графигі неше нүктеде қиылысатын анықтаныз.

Берілген функцияның графигін сызыңыз.

1. $y=3^x$
2. $y=(1/2)^x$
3. $y=(1/10)^x$

Берілген көрсеткіштік функциялардың қайсысы өспелі қайсысы кемімелі болады?

1. $y=4^x$
2. $y=(1/4)^x$
3. $y=10^x$

Сабақтың қортындылау кезеңі: 10 мин

- Білім алушылардың білімін бағалау.
- Үйге тапсырма беру.

№12 сабақ

1.1. Сабақтың тақырыбы: Көрсеткіштік теңдеулер мен теңсіздіктер, жүйелер.

Сағат саны: 3 сағ. **135 мин**

1.2. Сабақтың мақсаты:

- **оқыту:** Білім алушыларға көрсеткіштік функция, оның қасиеттері және графиктерін салуды сонымен қатар функцияның қасиеттерін қолданып есептер шығаруды үйрету.
- **тәрбиелік:** Білім алушыларды өз еңбегімен белгілі бір нәтижеге жету дағдыларын қалыптастыру.

1.3.Сабақтың міндеті: тақырып бойынша алған білімдерін график салуда есептер шығару кезінде қолдану.

Ұйымдастыру кезеңі: 10 мин

- сабақтың жұмыс ортасын ұйымдастыру
- сабақтың мақсаттары мен міндеттерін анықтау

Білім алушылардың өтілген тақырып бойынша білімін тексеру: 20 мин

1.4. Тақырыптың негізгі мәселелері:

- Көрсеткіштік теңдеулердің тәсілдері
- Көрсеткіштік теңдеулер жүйесін шешудің тәсілдері
- Көрсеткіштік теңсіздіктер жүйесі

Жаңа сабақты түсіндіру : 40 мин

Көрсеткіштік теңдеулер, теңсіздіктер мен жүйелерді шешу.

Анықтама. Айнымалысы дәреженің көрсеткішінде болатын теңдеуді көрсеткіштік теңдеу деп атайды.

Көрсеткіштік теңдеу екі тәсілмен шығарылады:

1) Бірдей негізге келтіру.

2) Жаңа айнымалыны енгізу.



Мысал:

1). $2^{3x+4}=2^{x-7}$

$3x+4=x-7$

$x-x=-7-4$

$2x=-11$

$x=-5{,}5.$

Ответ: - 5,5.

2). $5^{x^2-3x}=1$

$5^{x^2-3x}=5^0$

$x^2-3x=0$

$x(x-3)=0$

$\left[\begin{array}{l} x=0, \\ x=3. \end{array}\right.$

Мысалы: $3^{2x+5}=3^{x+2}+2$ теңдеудің түбірлерін анықтайық.

$3^{2x+5}=3^{x+2}+2$

$3^{2x+5}=3^{2x}\cdot 3^5=243\cdot 3^{2x}$ және $3^{x+2}+2=3^x\cdot 3^2=9\cdot 3^x$

$243\cdot 3^{2x}-9\cdot 3^x-2=0$, $y=3^x$ деп жаңа айнымалыны енгіземіз.

$243y^2-9y-2=0$

$D= 81+1944=2025$

$y_1=\frac{1}{9}, y_2=-\frac{2}{27}$

$y_1 = -\frac{2}{27}$ теріс, ал $3^x<0$ болуы мүмкін емес, сондықтан алмастырудың шарты бойынша $y_1 = \frac{1}{9}$ түбірін ғана аламыз.Табылған $y_1 = \frac{1}{9}$ мәнін $y = 3^x$ теңдігіне қоямыз. $\frac{1}{9} = 3^x$ немесе $3^{-2} = 3^x$ бұдан x=-2

Тексеру жүргіземіз: $3^{2\cdot(-2)+5} = 3^{-2+2} + 2$ немесе $3^1 = 1+2$ сонда $3 = 3$

ГРАФИКТІК ТӘСІЛДІ ҚОЛДАНУ:

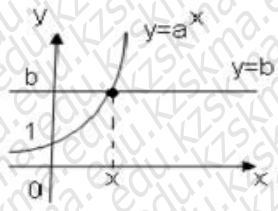
$a^{\varphi(x)}=f(x)$ түріндегі теңдеулер

Ал мұндай теңдеулер түбірлерінің жуық мәндерін графиктік тәсілмен табуға болады.

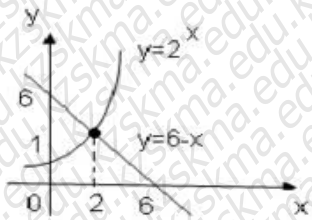
$a^x=b$ $a>0$, $a\neq1$, $b>0$ y=b түзуі $y=a^x$ функциясының графигін бір ғана нүктеде киып өтеді. Қиылысу нүктесінің абсциссасы берілген көрсеткіштік теңдеудің түбірі болады.

Тапсырма 5: $2^x=6-x$

Шешуі: y=6-x түзуі $y=2^x$ функциясының графиктерін сызып, олардың қиылысу нүктесінің абсциссасын табайық. Екі графиктің қиылысу нүктесінің абсциссасы x=2. Жауабы: 2



1-сурет



2-сурет

КӨРСЕТКІШТІК ТЕҢСІЗДІКТІ ШЕШУ

Анықтама:

$a^{f(x)} > a^{g(x)}$ $\left(a^{f(x)} < a^{g(x)};\ \ a^{f(x)} \geq a^{g(x)};\ \ a^{f(x)} \leq a^{g(x)}\right)$,

$a > 0,\ a \neq 0$

Түрінде берілген немесе осы түрге келетін теңсіздік көрсеткіштік теңсіздік деп аталады.

7.Тапсырма: $3^{x+2} - 3^{x+1} + 3^x \leq 21$ теңсіздігін шешу керек.

Теңсіздікті шешу ортақ көбейткішті жақша сыртына шығарамыз:

$$3^x \cdot 3^2 - 3^x \cdot 3^1 + 3^x \leq 21$$
$$3^x(3^2 - 3 + 1) \leq 21$$
$$3^x \cdot 7 \leq 21$$
$$3^x \leq 3$$
$$x \leq 1$$
$$x \in [1;\ +\infty)$$



1.5. Иллюстрациялы материалдар: презентация

Жаңа тақырыпты бекіту. 25 мин

- Көрсеткіштік теңдеуді бірдей негізге қалай келтіреміз?
- Көрсеткіштік теңдеуді жаңа айнымалыны енгізу арқылы қалай есептейміз?
- Көрсеткіштік теңсіздікті шешу жолы мен бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздікті шешу жолында қандай ұқсастықтар бар?

1.6. Қосымша 1

1.7.Бақылау есептері: 30 мин

Теңсіздіктерді шешіңіз.

1. $3^{2x} \geq 3^{x+1}$ 2. $(0,5)^{4x} \leq (0,5)^{x+6}$ 3. $\left(\frac{3}{7}\right)^{3x-7} = \left(\frac{3}{7}\right)^{3-7x}$ 4. $2^{x^2-6x-2.5} = 16\sqrt{2}$

5. $2 \cdot 2^{2x} - 3 \cdot 2^{x} - 2 = 0$

Көрсеткіштік теңдеуді шешіңіз:

1) $3^x=81$ 2) $4^x=256$ 3) $2^{x} = \frac{1}{32}$. 4) $5^{x+1}=125$

1) $8^x=16$ 2) $25^x=\frac{1}{5}$ 3) $4^{3-2x}=4^{2-x}$ 4) $2^{x-2}=1$

1) $32^{x+1}=9^{2x}$ 2) $2ł2^{2x}-3ł2^{x}-2=0$

Көрсеткіштік теңдеулер жүйесін шешіңіз

$$\begin{cases} 5^x + 5^y = 30 \\ 5^x - 5^y = 20 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2^x + 2^y = 12 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

функцияларының графигі неше нүктеде қиылысатын анықтаныз.

Сабақтың қортындылау кезеңі: 10 мин

- Білім алушылардың білімін бағалау.
- Үйге тапсырма беру.

№13 сабақ

1.1. Сабақтың тақырыбы: Логарифмдік функция.

Сағат саны: 2 сағ. **90 мин**

1.2. Сабақтың мақсаты:

- **оқыту:** Білім алушыларға санның логарифмі ұғымымен танысып, негізгі логарифмдік тепе-теңдікті, логарифмнің қасиеттері, санның логарифмін табуды үйрету.
- **тәрбиелік:** Білім алушыларды өз еңбегімен белгілі бір нәтижеге жету дағдыларын қалыптастыру.

1.3.Сабақтың міндеті: тақырып бойынша алған білімдерін график салуда есептер шығару кезінде қолдану.

Ұйымдастыру кезеңі: 5 мин

- сабақтың жұмыс ортасын ұйымдастыру
- сабақтың мақсаттары мен міндеттерін анықтау

Білім алушылардың өтілген тақырып бойынша білімін тексеру: 14 мин

1.4. Тақырыптың негізгі мәселелері:

- Санның логарифмі туралы ұғым
- Санның логарифмі және оның қасиеттері.
- Логарифмдік функция, оның қасиеттері және графигі.

Жаңа сабақты түсіндіру : 27 мин

Логарифмдік функция, оның қасиеттері және графигі.

Санның логарифмі және оның қасиеттері.

Анықтама. b саны шығу үшін a негізі шығарылатын x дәреже көрсеткішін b санының a негізі бойынша **логарифмі** деп аталады.

$$\log_a b = x$$

y=a^x(a≠1, a >0 көрсеткіштік функциясын алып, оған логарифмнің анықтамасын қолдансақ, онда x= $\log_a x$

Анықтама: негізі 10 болатын санның логарифмі **ондық логарифм** деп аталады.

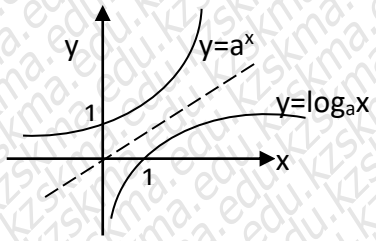
Мысалы: $\log_{10} 217$ орнына $\lg 217$

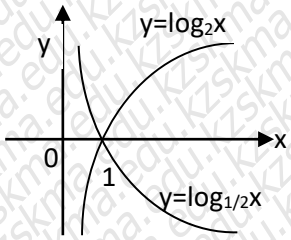
Анықтама: негізі e болатын санның логарифмі **натурал логарифм** деп аталады. Мысалы: $\log_e 217$ орнына $\ln 217$

Логарифмнің негізгі қасиеттері:

1. $\log_a(N_1 \cdot N_2) = \log_a N_1 + \log_a N_2$
2. $\log_a\left(\frac{N_1}{N_2}\right) = \log_a N_1 - \log_a N_2$
3. $\log_a N^m = m\log_a N$
4. $\log_a \sqrt[m]{N} = \frac{\log_a N}{m} = \frac{1}{m}\log_a N$

Анықтама: Көрсеткіштік функцияға кері функция **логарифмдік функция** деп аталады.





Логарифмдік функцияның негізгі қасиеттері:

1. D(y)=R$_+$ функцияның анықталу облысы
2. E(y)=R функцияның мәндер жиіні
3. $\log_a 1=0$; $\log_a a=1$
4. егер a>1болса функция]0;+∞[- аралықта өседі

Логарифмнің негізгі қасиеттері:

Кез келген *a>0, b>0, a≠1* және кез келген *x* пен *y* мәндерінде мына теңдіктер орындалады.

1. $\log_a 1 = 0$
2. $\log_a a = 1$
3. $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$
4. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x + \log_a y$
5. $\log_a x^p = p\log_a x$
6. $\log_{a^p} x = \frac{1}{p}\log_a x$
7. $\log_a x = \frac{1}{\log_x a}$, $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$

1.5. Иллюстрациялы материалдар: презентация

Жаңа тақырыпты бекіту. 9 мин

- Логарифмдік функция деп неге айтамыз?
- Логарифмдік функцияның қандай қасиеттері бар?
- Логарифмдік функция мен көрсеткіштік функцияның айырмашылығы неде?

1.6.Қосымша 1

1.7.Бақылау есептері: 31 мин

Теңдіктің дұрыс екендігін дәлелдеңіз.

а) $\log_3 \frac{1}{81} = -4$ д) $\log_7 343 = 3$

б) $\log_{16} 1 = 0$ е) $\log_{\sqrt{2}} 8 = 6$

в) $\log_5 0{,}04 = -2$ ж) $\log_{\sqrt{\frac{1}{3}}} 27 = -6$

г) $\log_{2\sqrt{2}} 128 = \frac{14}{3}$ з) $\log_{0,2} 0{,}008 = 3$

1-есеп. Негізі а дәреже түрінде көрсетілген санның *a* негізді логарифмін табыңыз:

а) $3^2 = 9$ г) $7^0 = 1$

б) $2^{-3} = \frac{1}{8}$ д) $27^{\frac{2}{3}} = 9$

в) $9^{\frac{1}{2}} = 3$ е) $32^{\frac{3}{5}} = 8$

2-есеп. Берілген сандардың *a* негізді логарифмін табыңыз:

а) $25,\ \frac{1}{5},\ \sqrt{5},\quad a = 5$ болғанда

б) $64,\ \frac{1}{8},\ 2,\quad a = 8$ болғанда

3-есеп. х санын табыңыз:

а) $\log_3 x = -1$ г) $\log_{\frac{1}{6}} x = -3$

б) $\log_4 x = -3$ д) $\log_{\sqrt{5}} x = 0$

в) $\log_x 81 = 4$ е) $\log_x \frac{1}{16} = 2$

6-есеп. Мынау белгілі $\log_2 5 = a$ және $\log_5 3 = b$ *a* мен *b* арқылы өрнектеңіз:

а) $\log_5 72$ б) $\log_5 15$

7-есеп. Есептеп шығарыңыз:

1. а) $\lg 8 + \lg 125$ в) $\frac{\lg 8 + \lg 18}{2\lg 2 + \lg 3}$

2. б) $\log_2 7 - \log_2 \frac{7}{16}$ г) $\frac{\log_3 16}{\log_3 4}$

Теңдіктің дұрыстығын тексеру керек:

а) $\log_3 \frac{1}{81} = -4$ д) $\log_7 343 = 3$

б) $\log_{16} 1 = 0$ е) $\log_{\sqrt{2}} 8 = 6$

в) $\log_5 0{,}04 = -2$ ж) $\log_{\sqrt{\frac{1}{3}}} 27 = -6$

г) $\log_{2\sqrt{2}} 128 = \frac{14}{3}$ з) $\log_{0,2} 0{,}008 = 3$

Берілген сандардың *a* негізді логарифмін табыңыз:

а) 25, $\frac{1}{5}$, $\sqrt{5}$, $a = 5$ болғанда

б) 64, $\frac{1}{8}$, 2, $a = 8$ болғанда

6-есеп. 3 негізі бойынша логарифмде *(a>0, b>0).*

а) $\left(\sqrt[5]{a^3 b}\right)^{\frac{2}{3}}$ б) $\left(\frac{a^{10}}{\sqrt[6]{b^5}}\right)^{-0,2}$

10 негізі бойынша логарифмде, мұндағы *a>0, b>0, c>0.*

а) $100\sqrt{ab^3 c}$ в) $10^3 a^4 b^{\frac{1}{2}} c^{-3}$ б) $\frac{a^5}{0{,}1c^2\sqrt{b}}$ г) $\frac{b^{\frac{2}{3}}}{10^5 a^6 c^5}$

функцияларының графигі неше нүктеде қиылысатын анықтаныз.

Сабақтың қортындылау кезеңі: 4 мин

- Білім алушылардың білімін бағалау.
- Үйге тапсырма беру.

№14 сабақ

1.1. Сабақтың тақырыбы: Логарифмдік теңдеулер мен теңсіздіктер, жүйелер

Сағат саны: 3 сағ. **135 мин**

1.2. Сабақтың мақсаты:

- **оқыту:** Білім алушыларға санның логарифмі ұғымымен танысып, негізгі логарифмдік тепе-теңдікті, теңсіздіктерді, санның логарифмін табуды үйрету.
- **тәрбиелік:** Білім алушыларды өз еңбегімен белгілі бір нәтижеге жету дағдыларын қалыптастыру.

1.3.Сабақтың міндеті: тақырып бойынша алған білімдерін график салуда есептер шығару кезінде қолдану.

Ұйымдастыру кезеңі: 10 мин

- сабақтың жұмыс ортасын ұйымдастыру
- сабақтың мақсаттары мен міндеттерін анықтау

Білім алушылардың өтілген тақырып бойынша білімін тексеру: 20 мин

1.4. Тақырыптың негізгі мәселелері:

- Санның логарифмі туралы ұғым
- Санның логарифмі және оның қасиеттері.
- Логарифмдік теңдеулер мен теңсіздіктер, жүйелерді шешу әдістері.

Жаңа сабақты түсіндіру : 40 мин

Логарифмдік теңдеулер мен теңсіздіктер, жүйелерді шешу әдістері

Анықтама: Айнымалысы логарифм белгісінің ішінде болатын теңдеуді **логарифмдік** теңдеу деп аталады.

Қарапайым логарифмдік теңдеудің түрі: $\log_a x = b$

Мысал: а) $\log_x (x^3 - 5x + 10) = 3$ теңдеудің шешейік.

$x^3 - 5x + 10 = x^3$

$\log_2 (2^3 - 5 * 2 + 10) = \log_2 8 = 3$

x= 2 Жауабы: 2

Логарифмдік теңдеулер жүйесін шешу үшін алгебралық теңдеулер жүйесін шешу тәсілдері қолданылады.

Мысалы: теңдеулер жүйесін шешейік

$$\begin{cases} \lg x - \lg y \equiv 1 \\ \lg^2 x + \lg^2 y \equiv 5 \end{cases}$$

lg x =a, lg y=b сонда,

соңғы теңдеулер жүйесін алмастыру тәсілімен шешу арқылы $a_1=2$, $в_1=1$ және $a_2=-1$, $в_2=-2$. lg x =a, lg y=b алмастыруына көшіп, x және y айнымалыларынан мәнін табамыз. lg x =2, lg y=1 және lg x =-1, lg y=-2. Онда $x_1=100$, $y_1=10$ және $x_2=0,1$, $y_2=0,01$

Жауабы: (100:10)және (0,1; 0,01)

Анықтама: Айнымалысы логарифм таңбасының ішінде болатын теңсіздікті **логарифмдік теңсіздік** деп аталады.

Берілген логарифмдік теңсіздікті дұрыс сандық теңсіздікке айналдыратын айнымалының кез келген мәні *логарифмдік теңсіздіктің шешімі* деп аталады.

Мысал:$\log_{1/3}(2x+5)<-2$ теңсіздігін шешейік

Шешу. Алдымен теңсіздіктің оң жағын -2 санын негізі 1/3 болатын логарифм арқылы жазамыз. Сонда $-2 = \log_{1/3}9$ сәйкесінше берілген теңсіздік мына түрге көшеді.

$\log_{1/3}(2x+5)< \log_{1/3}9$ мұндағы негізі a=1/3 тең.

$$\begin{cases} 2x+5 \succ 0 \\ 2x+5 \succ 9 \end{cases} немесе \begin{cases} x \succ \frac{2}{5} \\ x \succ 2 \end{cases}$$

Жауабы: 2; +∞

1.5. Иллюстрациялы материалдар: презентация

Жаңа тақырыпты бекіту. 25 мин

- Логарифмдік теңдеулер дегеніміз не?
- Қарапайым логарифмдік теңдеу қалай белгіленеді?
- Теңдеулер жүйесін шешудің қанша тәсілдері бар?
- Логарифмдік теңсіздік дегеніміз не?
- Логарифмдік теңсіздікті шешу деп неге айтамыз?

1.6.Қосымша 1

1.7.Бақылау есептері: 30 мин

Логарифмдік теңдеулерді шешіңіз.

1. $\log_3(2x-1) =2$
2. $\ln(3x-5) =0$
3. $\log_3(4-x) =1$
4. $\log_5(x+1) = \log_5(4x-5)$
5. $\log_2(4-x) = \log_2(1-2x)$

Теңдеулер жүйесін шешіңдер.

1. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 80 \\ \log_2 x + \log_2 y = 5 \end{cases}$

2. $\begin{cases} \lg x + \lg y = \lg 2 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$

3. $\begin{cases} \log_2(x+y) = 3 \\ \log_{15} x = 1 - \log_{15} y \end{cases}$

Логарифмдік теңсіздіктерді шешу керек.

1. $\log_5(3+8x)>0$
2. $\log_2(x-3)\leq 3$
3. $\log_2(2x+5)> \log_2(x-7)$
4. $\log_x 2 * \log_{2x} 2 * \log_2 4x > 1$
5. $\lg(x+1)\leq 1$
6. $\log_3(3x-1)< \log_3(2x+3)$
7. $\lg(x^2+2x+2) <1$
8. $(\log_2 x-4)(5x^2+x-6)\geq 0$
9. $\log_2(x^2+10) <4$

Сабақтың қортындылау кезеңі: 10 мин

- Білім алушылардың білімін бағалау.
- Үйге тапсырма беру.

№15 сабақ

1.1. Сабақтың тақырыбы: Функцияның шегі. Шектерді табу.

Сағат саны: 3 сағ. **135 мин**

1.2. Сабақтың мақсаты:

- **оқыту:** Функцияның нүктедегі шегінің және үзіліссіздігінің анықтамалары,үзіліссіздік нүктелері, үзілссіз функция ұғымы және оның қасиеттерімен танысып, функцияның шегін табу, оны үзіліссіздікке зерттеу бойынша үйрету.
- **тәрбиелік:** Білім алушыларды өз еңбегімен белгілі бір нәтижеге жету дағдыларын қалыптастыру.

1.3.Сабақтың міндеті: тақырып бойынша алған білімдерін есептер шығару кезінде қолдану.

Ұйымдастыру кезеңі: 10 мин

- сабақтың жұмыс ортасын ұйымдастыру
- сабақтың мақсаттары мен міндеттерін анықтау

Білім алушылардың өтілген тақырып бойынша білімін тексеру: 20 мин

1.4. Тақырыптың негізгі мәселелері:

- Функцияның нүктедегі шегінің анықтамасы.
- Шектің қандай негізгі қасиеттері.
- Функцияның анықталу облысы.

Жаңа сабақты түсіндіру : 40 мин

Функцияның нүктедегі және шексіздіктегі шегі.Функцияның үзіліссіздігі және сан тізбегінің шегі.Функцияның нүктедегі және шексіздіктегі үзіліссіздігі.Функция графигінің асимптоталары.

Анықтама: Егер f(x) функциясының $x=x_0$ нүктесіндегі шектік мәні мен функциясының мәні тең болса, онда ол x_0 нүктесінде **үзіліссіз функция** деп аталады. $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = f(x_0)$

x_0 функцияның *үзіліссіздік нүктесі* деп атайды.

Үзіліссіз функция анықтамасының үш жағдайы бар.

- f(x) функциясы x_0 нүктесінде анықталған.
- Функцияның шектік мәні бар
- Функцияның шектік мәні оның x_0 нүктесіндегі мәніне тең, яғни $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = f(x_0)$

Анықтама: Егер x аргументі a-ға ұмтылғандағы a (x) шегі нөлге тең $\lim\limits_{x\to a} a(x) = 0$

болса, онда a(x) функциясы x=a нүктесінде **шексіз кіші** деп аталады.

Мысалы. y=sinx, y=cosx,y=tgx функциялары өздерінің анықталу облысында үзіліссіз.

Анықтама: Егер f(x) функциясы X жиынының кез келген нүктесінде үзіліссіз болса, онда осы X жиынында **үзіліссіз функция** деп атайды.

Функция асимптотасының үш түрі бар. Олар вертикаль, горизонталь және көлбеу асимптоталар.

Анықтама. Егер берілген бір жақты шектердің біреуі $\pm\infty$ болса, яғни $\lim\limits_{x\to x_0-0} f(x)=\infty$ немесе $\lim\limits_{x\to x_0+0} f(x)=\infty$ онда x=x 0 түзуі f(x) функциясының **вертикаль асимптотасы** деп аталады.

Анықтама. Егер f (x) функциясы үшін $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=b$ немесе $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=b$ орындалса онда y=b түзуі f(x) функциясының **горизонталь асимптотасы** деп аталады.

Анықтама: Егер f (x) функциясы және y=kx+b түзуі үшін $\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x)-(kx+b))=0$ немесе $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-(kx+b))=0$ орындалса, онда y=kx+b түзуі y= f (x) функциясының **көлбеу асимптотасы** деп аталады

Егер $y=f(x)$ функциясының a нүктесіндегі шегі болса, онда y осы нүктенің аймағында шектелген болады.

1. **Теорема** Егер $\lim\limits_{x\to a}\varphi(x)=b$ және $\lim\limits_{x\to a} g(x)=c$ болса, онда $\lim\limits_{x\to a}[\varphi(x)\pm g(x)]=b\pm c$
2. **Теорема** Егер $\lim\limits_{x\to a}\varphi(x)=b$ және $\lim\limits_{x\to a} g(x)=c$ болса, онда $\lim\limits_{x\to a}[\varphi(x)\cdot g(x)]=b\cdot c$
3. **Теорема** Егер $\lim\limits_{x\to a}\varphi(x)=b$ және $\lim\limits_{x\to a} g(x)=c$ болса, онда $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{\varphi(x)}{g(x)}=\dfrac{b}{c}$, егер $c\neq 0$ және $g(x)\neq 0$
4. **Теорема** Егер $\lim\limits_{x\to a} f(x)=b$ болса, онда $f(x)=b+\alpha(x);\ \lim\limits_{x\to a}\alpha(x)=0$.

$$\lim_{x\to\infty}\frac{3x^2+5x+1}{x^2-2}=\lim_{x\to\infty}\frac{3+\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}}{1-\frac{2}{x^2}}=\frac{3}{1}=3.$$

Мысал:

1.5. Иллюстрациялы материалдар: презентация

Жаңа тақырыпты бекіту. 25 мин

- Үзіліс нүктесі деп неге айтамыз?
- Функцияның аралықта үзіліссізі деп неге айтамыз?
- Функцияның нүктедегі үзіліссіздігі деп неге айтамыз?
- Функцияның кризистік нүктелері деп неге айтамыз?
- Қарапайым функция бүкіл анықталу облысында үздіксіз болады ма?

1.6.Қосымша 1

1.7.Бақылау есептері: 30 мин

1. $\lim\limits_{x\to1}\left(4x^2\right)=4\lim\limits_{x\to1}x^2=4\left(\lim\limits_{x\to1}x\right)^2=4$
2. $\lim\limits_{x\to2}\left(6x^2-5x+3\right)=\lim\limits_{x\to2}6x^2-\lim\limits_{x\to2}5x+\lim\limits_{x\to2}3=6\lim\limits_{x\to2}x^2-5\lim\limits_{x\to2}x+3=24-10+3=17$
3. $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-2x-3}{x^3-27}=\lim\limits_{x\to3}\dfrac{(x+1)(x-3)}{(x-3)(x^2+3x+9)}=\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x+1}{x^2+3x+9}=\dfrac{3+1}{9+9+9}=\dfrac{4}{27}$
4. $\lim\limits_{x\to2}(5x^3-6x^2+x-5)=5\cdot2^3-6\cdot2^2+2-5=13$
5. $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^2-x+1}{x-3}=\dfrac{2^2-2+1}{2-3}=-3,$ т.к. егер x=2, нолге тең емес деп аламыз.

6. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{5}{4x-8}$, т.к. $\lim\limits_{x\to 2}(4x-8)=4\cdot 2-8=0$, 3-теоремаға сәйкес емес, $\lim\limits_{x\to 2}(4x-8)=0$ - керісінше $\dfrac{1}{4x-8}$, сонымен егер $x\to 2$ шешімі $\dfrac{1}{4x-8}\cdot 5$, $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{5}{4x-8}=\infty$.

1. $$\lim_{x\to 0}\frac{3x^2-2x}{2x^2-5x}=\lim_{x\to 0}\frac{x(3x-2)}{x(2x-5)}=\lim_{x\to 0}\frac{3x-2}{2x-5}=\frac{3\cdot 0-2}{2\cdot 0-5}=\frac{2}{5}.$$

$$\lim_{x\to 3}\frac{x^2-5x+6}{3x^2-9x}=\left|\begin{array}{l}x^2-5x+6=0\\ x_1=3,\ x_2=2\\ x^2-5x+6=(x-3)(x-2)\end{array}\right|=\lim_{x\to 3}\frac{(x-3)(x-2)}{3x(x-3)}=\lim_{x\to 3}\frac{x-2}{3x}=\frac{1}{9}.$$

2. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{4}{x-2}$

3. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{5}{4x-8}$

4. $\lim\limits_{x\to 2}\left(5x^2+3x+4\right)$

5. $\lim\limits_{x\to 2}\left(5x^3+2x+4\right)$

13. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{3x^2-8x+4}{5x^2-14x+8}$

14. $\lim\limits_{x\to 5}\left(\dfrac{2x^2+x-15}{3x^2 7x-6}\right)$

15. $\lim\limits_{x\to 4}\left(x^2-2\right)$

Сабақтың қортындылау кезеңі: 10 мин
- Білім алушылардың білімін бағалау.
- Үйге тапсырма беру.

№16 сабақ

1.1. Сабақтың тақырыбы: Туынды.
Сағат саны: 2 сағ. **90 мин**
1.2. Сабақтың мақсаты:
- **оқыту:** Білім алушыларға функцияның туындысы туралы түсінік беру,геометриялық және физикалық мағынасын түсіндіру.
- **тәрбиелік:** Білім алушыларды өз еңбегімен белгілі бір нәтижеге жету дағдыларын қалыптастыру.

1.3.Сабақтың міндеті: тақырып бойынша алған білімдерін туындыны табу кезінде қолдану.
Ұйымдастыру кезеңі: 5 мин
- сабақтың жұмыс ортасын ұйымдастыру
- сабақтың мақсаттары мен міндеттерін анықтау

Білім алушылардың өтілген тақырып бойынша білімін тексеру: 14 мин
1.4. Тақырыптың негізгі мәселелері:
- Туындының анықтамасын.
- Туынды және оның геометриялық мағынасы.
- Туынды және оның физикалық мағынасы.
- Саралау ережелері.

Жаңа сабақты түсіндіру : 27 мин

Туындының анықтамасы. Функцияның дифференциалы туралы түсінік.

Аргументтің өсімшесі. Функцияның өсімшесі. $y=f(x)$ функциясы x пен x_1 нүктелерінде анықталған болсын. x_1-x айырымы аргументтің өсімшесі деп, ал $f(x_1)-f(x)$ айырымы аргументтің x мәнінен аргументтің x_1 мәніне көшкендегі функцияның өсімшесі деп аталады. Аргументтің өсімшесін Δx арқылы белгілейді, ендеше, $\Delta x=x_1-x$ яғни $x_1=x+\Delta x$.

Функцияның өсімшесін Δf немесе Δy арқылы белгілейді; ендеше, $\Delta f = \Delta y = f(x_1) - f(x) = f(x+\Delta x) - f(x)$.

Мысал: Сызықтық $y = kx + b$ функциясы үшін $k = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ екенін дәлелдеу керек.

Шешуі: $f(x) = kx + b$ $f(x+\Delta x) = k(x+\Delta x) + b$.

Ендеше, $\Delta y = \Delta f = f(x+\Delta x) - f(x) = k(x+\Delta x) + b - (kx+b) = k\Delta x$, бұдан $k = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ екенін аламыз, дәлелдеу керектігі де осы еді.

Туындының анықтамасы. $y = f(x)$ функциясы х нүктесінде және оның қайсыбір төңірегінде анықталған болсын. Δx - аргументтің өсімшесі және ол $x + \Delta x$ нүктесі х нүктесінің жоғарыда көрсетілген төңірегінде жататындай болсын, ал Δf - функцияның сәйкес өсімшесі, яғни $\Delta f = f(x+\Delta x) - f(x)$ болсын. Егер $\Delta x \to 0$ шарты орындалғанда функцияның Δf өсімшесінің аргументтің Δx өсімшесіне қатынасының шегі бар болса, онда $y = f(x)$ функциясы х нүктесінде дифференциалданатын функция деп аталады, ал аталған шек $y = f(x)$ функциясының х нүктесіндегі туындысының мәні деп аталады да $f'(x)$ немесе $y'(x)$ болып белгіленеді. Сөйтіп,

$$y' = f'(x) \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta y} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

$f'(x)$ - жоғарыда аталған шек бар болатындай х мәндерінің бәрінде анықталған жаңа функция; бұл функцияны $y = f(x)$ функциясының туындысы деп аталады.

Мысал: $f(x) = x^2$ болғанда $f'(2)$ мәнін табу керек.

Шешуі: $f(2) = 2^2 = 4$; $f(2+\Delta x) = (2+\Delta x)^2$. $\Delta f = f(2+\Delta x) - f(2) = (2+\Delta x)^2 - 4 = 4\Delta x + (\Delta x)^2$

Сонда, $\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{4\Delta x + (\Delta x)^2}{\Delta x} = 4 + \Delta x; \lim \frac{\Delta f}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \left(4 + \sqrt{x}\right) = 4$

Олай болса, $f'(2) = 4$.

Анықтамаға сүйеніп $y = f(x)$ функциясының туындысын табудың жоспарын ұсынуға болады.

1. х мәнін тиянақтап аламыз да $f(x)$–ті табамыз.
2. х аргументіне Δx өсімшесін береміз, $f(x+\Delta x)$ мәнін табамыз.
3. Функцияның $\Delta f = f(x+\Delta x) - f(x)$ өсімшесін есептейміз.
4. $\frac{\Delta f}{\Delta x}$ қатынасын құрамыз
5. $\frac{\Delta f}{\Delta x}$ қатынасының жағдайдағы шегін табамыз.

Функций дифференциалдарының кестесі:

1. $dx^n = nx^{n-1}dx.$
2. $da^x = a^x \ln a dx.$
3. $d(\log_a x) = \frac{dx}{x \ln a}.$

$d(\ln x) = \frac{dx}{x}.$

4. $d(\sin x) = \cos x dx.$
5. $d(\cos x) = -\sin x dx.$
6. $d(tgx) = \frac{dx}{\cos^2 x}.$
7. $d(ctgx) = -\frac{dx}{\sin^2 x}.$
8. $d(\arcsin x) = \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}.$
9. $d(\arccos x) = -\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}.$
10. $d(arctgx) = \frac{dx}{1+x^2}.$
11. $d(arcctgx) = -\frac{dx}{1+x^2}.$
12. $df(u) = f'(u)du$

Туындыларды табу ережелері.

Дәрежелік $y = x^n$ функцияның туындысын мына $\left(x^n\right)' = n \cdot x^{n-1}$ (1) формуламен табу болады

Мысалдар: 1) $y = 1 - 2x^2$

Шешуі: $y' = (1-2x^2)' = (1)' - (2x^2)' = 0 - 2*2x = -4x$

2) $y = 3x^6 + \sqrt{x} + 2x^2$

Шешуі: $y' = (3x^6 + \sqrt{x} + 2x^2) = (3x^6)' + (\sqrt{x})' + (2x^2)' = 18x^5 + \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} + 4x$

Ереже-1 Егер u(x) пен v(x) функциялары x нүктесінде дифференциалданатын болса онда қосындысы x нүктесінде дифференцифлданады және **(u+v)'=u'+v'** (қосындыны дифференциалдау теоремасы)

Ереже-2 Егер u(x) пен v(x) функциялары x нүктесінде дифференциалдана-тын болса онда u мен v функцияларының көбейтіндісі де x нүктесінде дифференциалданады және **(uv)'=u'v+v'u** (көбейтіндіні дифференциалдау теоремасы)

Ереже-3 Егер u(x) пен v(x) функциялары x нүктесінде дифференциалданатын болса u және v онда функцияларының бөліндісі v(x)≠0 болғанда x нүктесінде дифференциалданады және $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$ (бөліндіні дифференциалдау теоремасы)

1.5. Иллюстрациялы материалдар: презентация

Жаңа тақырыпты бекіту. 9 мин

- Функция деп неге айтамыз?
- Туынды дегеніміз не?
- Туынды және оның геометриялық мағынасы.
- Туынды және оның физикалық мағынасы.
- Дифференциалдаудың ережелері.

1.6.Қосымша 1

1.7.Бақылау есептері: 31 мин

Функцияның дифференциалын анықтау керек:

1. $y = (0,2 - \sqrt[3]{x})^2$
2. $y = \sqrt{(1+2x)^3}$
3. $y = (\sqrt{3x}+1)(\sqrt{3x}-1)$
4. $y = 0,5x\sqrt{(2x-0,3)^2}$
5. $y = 1 + 0,2tg^2 x$

Функцияның туындысын табыңыз:

1. y (x)= $2x^3-x^2-4x+5$
2. y (x)= $10-12x-x^2$
3. y (x)= $-3x^2+13x-12$
4. y (x)= $4-8x-5x^2$
5. y (x)= $4x^3-9x^2-12x+6$
6. $f(x)=\left(\frac{3x^2-1}{x+1}\right)'$
7. $f(x)=(5x^2-1)\cdot(4x+2)$
8. $f(x)=\left(\frac{x^2}{2x-1}\right)'$
9. $f(x)=(3x-5)\cdot(3x+1)$

Сабақтың қортындылау кезеңі: 4 мин

- Білім алушылардың білімін бағалау.
- Үйге тапсырма беру.

№17 сабақ

1.1. Сабақтың тақырыбы:. Күрделі функцияның туындысы.

Сағат саны: 3 сағ. **135 мин**

1.2. Сабақтың мақсаты:

- **оқыту:** Білім алушыларға күрделі функция ұғымымен, туындыны табу формуласымен танысып, оның туындысын табуға есептер шығаруды түсіндіру.
- **тәрбиелік:** Білім алушыларды өз еңбегімен белгілі бір нәтижеге жету дағдыларын қалыптастыру.

1.3.Сабақтың міндеті: Тақырып бойынша алған білімдерін күрделі функцияның туындысын табу кезінде қолдану.

Ұйымдастыру кезеңі: 10 мин

- сабақтың жұмыс ортасын ұйымдастыру
- сабақтың мақсаттары мен міндеттерін анықтау

Білім алушылардың өтілген тақырып бойынша білімін тексеру: 20 мин

1.4. Тақырыптың негізгі мәселелері:

- Күрделі функцияның ұғымы.
- Күрделі функцияны құрастыру.
- Туындыны табу формуласы.

Жаңа сабақты түсіндіру : 40 мин

Күрделі функцияның ұғымы, туындыны табу формуласы, күрделі функцияны құрастыру.

Егер y= f(u) функциясының и нүктесінде, ал и= g(x) функциясының x нүктесінде туындылары бар болса,онда күрделі функциясының x аргументі бойынша туындысы бар болып және ол туынды $y'=f'(g(x))\cdot g(x)$ формуласымен анықталады.

Мысал: $y=(6x-13)^5$

f(u)=u^5, u(x)=6x-13.онда f'(u)=$5u^4$ формула бойынша

y'=$5u^4$ *u'=$5(6x-13)^4$ *6=$30(6x-13)^4$

Қарапайым функциялар	Күрделі функциялар
1.$(C)_x' = 0$. 2.$(Cx)_x' = C(x)_x'$. 3.$(x)_x' = 1$.	
4.$(x^n)' = nx^{n-1}$;	$(u^n)' = nu^{n-1}u_x'$
5.$(a^x)_x' = a^x \ln a$.;	$(a^u)_x' = a^u u_x' \ln a$
6.$(e^x)_x' = e^x$;	$(e^u)_x' = e^u u_x'$.
7.$(\log_a x)_x' = \frac{1}{x \ln a}$;	$(\log_a u)_x' = \frac{u_x'}{u \ln a}$.
8.$(\lg x)_x' = \frac{1}{x} 0{,}4343$;	$(\lg u)_x' = \frac{u_x'}{u \ln 10} \approx \frac{u_x'}{u} 0{,}4343$

Қарапайым функциялар	Күрделі функциялар
9.$(\ln x)_x' = \frac{1}{x}$;	$(\ln u)_x' = \frac{u_x'}{u}$.
10.$(\sin x)_x' = \cos x$;	$(\sin u)_x' = \cos u \cdot u_x'$
11.$(\cos x)_x' = -\sin x$;	$(\cos u)_x' = -\sin u \cdot u_x'$
12.$(tgx)_x' = \frac{1}{\cos^2 x}$,	$(tgu)_x' = \frac{1}{\cos^2 u} u_x'$
13.$(ctgx)_x' = -\frac{1}{\sin^2 x}$,	$(ctgu)_x' = -\frac{1}{\sin^2 u} u_x'$
14.$(\arcsin x)_x' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$;	$(\arcsin u)_x' = \frac{u_x'}{\sqrt{1-u^2}}$
15.$(\arccos x)_x' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$;	$(\arccos u)_x' = -\frac{u_x'}{\sqrt{1-u^2}}$

Қарапайым функциялар	Күрделі функциялар
16.$(arctgx)_x' = \frac{1}{1+x^2}$;	$(arctgu)_x' = \frac{u_x'}{1+u^2}$
17.$(arcctgx)_x' = -\frac{1}{1+x^2}$;	$(arcctgu)_x' = -\frac{u_x'}{1+u^2}$

1.5. Иллюстрациялы материалдар: презентация

Жаңа тақырыпты бекіту. 25 мин

- Тригонометриялық функциялардың туындысы.
- Кері тригонометриялық функциялардың туындысы.
- Логарифмдік функцияның туындысы
- Көрсеткіштік функцияның туындысы
- Дәрежелік функцияларың туындысы.

1.6.Қосымша 1

1.

1.7.Бақылау есептері: 30 мин

Функцияның туындысын табыңыз.

1. $y = tg(x^2 + x + 1)$
2. $y = e^{-x^2} \ln x$
3. $y = \sin^2(\cos 3x)$
4. $y = arctg\,(x^2 - 3x + 2)$
5. $y = \dfrac{\ln x}{1 + x^2}$
6. $y = e^x(\sin 3x - 3\cos 3x)$

Сабақтың қортындылау кезеңі: 10 мин

- Білім алушылардың білімін бағалау.
- Үйге тапсырма беру.

№18 сабақ

1.1. Сабақтың тақырыбы:. Туындының физикалық және геометриялық мағынасы.

Сағат саны: 3 сағ. **135 мин**

1.2. Сабақтың мақсаты:

- **оқыту:** Білім алушыларға туындының физикалық және геометриялық мағынасымен танысып, оның туындысын табуға есептер шығаруды түсіндіру **тәрбиелік:** Білім алушыларды өз еңбегімен белгілі бір нәтижеге жету дағдыларын қалыптастыру.

1.3.Сабақтың міндеті: тақырып бойынша алған білімдерін туындыны табу кезінде қолдану.

Ұйымдастыру кезеңі: 10 мин

- сабақтың жұмыс ортасын ұйымдастыру
- сабақтың мақсаттары мен міндеттерін анықтау

Білім алушылардың өтілген тақырып бойынша білімін тексеру: 20 мин

1.4. Тақырыптың негізгі мәселелері:

- Функция графигіне жүргізілген жанаманың теңдеуі.
- Туындының физикалық және геометриялық мағынасы.
- жанама түзуі ұғымы, функция графигіне жүргізілген жанаманың теңдеуі;
- түзуге жүргізілген параллель және перпендикуляр жанамалар.

Жаңа сабақты түсіндіру : 40 мин.

Функция графигіне жүргізілген жанаманың теңдеуі. Туындының физикалық және геометриялық мағынасы және оларды техника-технологиялық процестермен байланысты есептерде қолдану.

Туындының физикалық мағынасы.

Егер $S = S(t)$-түзу сызықты қозғалыстың заңы болса, онда $S'(t)$ туындысы уақыттың t мезетіндегі қозғалыс жылдамдығын өрнектейді, яғни $V = S'(t)$ (лездік жылдамдық).

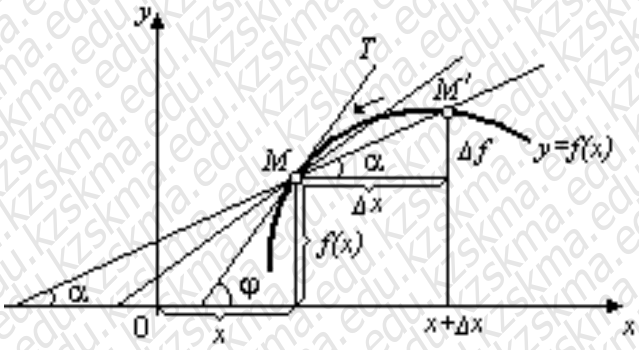
Мысалы, дененің еркін түсу заңы $S = 0{,}5gt^2$ тәуелділігімен өрнектеледі. Сонда t мезетіндегі еркін түсу жылдамдығы мынадай болады:

$$V = S' = \left(0{,}5gt^2\right) = 0{,}5g\left(t^2\right)' = 0{,}5g \cdot 2t = gt$$

Жалпы $y = f(x)$ функциясының x нүктесіндегі туындысы функцияның x нүктесіндегі өзгеру жылдамдығын, яғни $y = f(x)$ тәуелділігімен анықталатын процестің өту жылдамдығын білдіреді. Міне, бұл туындының физикалық мағынасы болады. Мысалы, $y = x^2$ функциясы үшін

$y' = g'(x) = 2x;\ x = 2$ болғанда $f'(2) = 4$, ал $x = 3$ болғанда $f'(3) = 6$. Бұл $x = 2$ нүктесінде функция аргументтен 4 есе тез өсетінін, ал $x = 3$ нүктесінде 6 есе тез өсетінін білдіреді.

Туындының геометриялық мағынасы.



қисығы суретте көрсетілген. $y = f(x)$ функциясының графигі болсын. Осы қисықта екі нүкте белгілейік, М нүктесінің координаталары (x,y) және M_1 нүктесінің координатасы $(x + \Delta x, y + \Delta y)$. Абсцисса өсіне параллель МР кесіндісін жүргіземіз. MM_1P үшбұрышында $MP = \Delta x$, $M_1P = \Delta y$. Сондықтан $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ қатынасы α бұрышының тангенісіне тең.

$\Delta x \to 0$ ұмытлғанда М нүктесі қозғалмайды, ал M_1 нүктесі шексіз қисық бойымен М нүктесіне жақындайды. MM_1 қиюшысы барлық уақытта бағытын өзгертеді. Осылармен қатар α бұрышы да өзгереді.

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = tg\,\alpha$$

MM_1 хордасы шегінде MN жанаманың жағдайын басцисса өсімен бір β бұрышын жасай орналасады. $\beta = \lim\limits_{\Delta \to 0} \alpha$ болғандықтан және $tg\beta = \lim\limits_{\Delta x \to 0} tg\,\alpha$ айқын екенідігі көрінеді. Бірақ $tg\,\alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x}$. Содан $tg\beta = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = y'$ шығады. Сонымен $f(x)$ функциясының х нүктесіндегі туындысы сол нүктедегі графикке жүргізілген жанама мен х абсциссасының арасындағы бұрыштың тангенісіне тең.

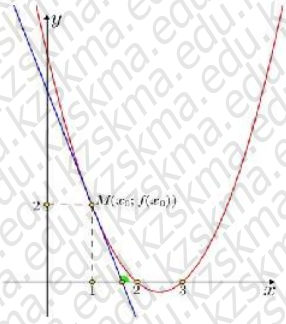
$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$ теңдеу жанаманың теңдеуі болып табылады яғни Лагранж формуласы деп аталады.

$f(x)$ функциясының графигіне абсциссасы x_0 болатын нүктеде жүргізілген жанаманың теңдеуін жазудың алгоритмін берейік:

1. x_0-ге сәйкес $f(x_0)$-ді есептеу.
2. $f(x)$- функциясының туындысын табу.
3. x_0-дегі туындының мәні $f'(x_0)$-ті анықтау.

табылған мәндерді Лагранж формулаға қойып, жанаманың теңдеуін алу.

Мысал: *$f(x)=x^2-5x+6$ функциясының $x_0=1$ нүктесіндегі жанаманың теңдеуін жазыңыз.*



1) $f(x_0)=f(1)=1^2 5\cdot 1+6=2$.

2) $f'(x)=2x5$.

3) $f'(x_0)=f'(1)=2\cdot 15=3$

4) $y=f(x_0)+f'(x_0)\cdot(xx_0)=23(x1)=23x+3=53x$.

5) Жанаманың теңдеуі: $y=53x$

Нормальдың теңдеуі:

1.5. Иллюстрациялы материалдар: презентация

Жаңа тақырыпты бекіту. 25 мин

- Туындының физикалық мағынасы дегеніміз не?
- Туындының геометриялық мағынасы қандай?
- Функция графигіне жүргізілген жанаманың теңдеуі дегеніміз не?
- Лагранж формуласы қандай?

1.6.Қосымша 1

1.7.Бақылау есептері: 30 мин

y= f (x) функциясы графигіне x_0 нүктесінде жүргізілген жанаманың теңдеуін жазыңыз.

1. $f(x)=1-2x$, $x_0=1$
2. $f(x)=x^2-2x$, $x_0=-3$
3. $f(x)=x-3x^2$, $x_0=2$
4. $f(x)=-2x^2-3$, $x_0=-2$

Сабақтың қортындылау кезеңі: 10 мин

- Білім алушылардың білімін бағалау.
- Үйге тапсырма беру.

№19 сабақ

1.1. Сабақтың тақырыбы:. Туындының қолданылуы.Функцияның өсу және кему шарттары.

Сағат саны: 3 сағ. **135 мин**

1.2. Сабақтың мақсаты:

- **оқыту:** Білім алушыларға функцияның өсу және кему шарттарын және кризистік және экстремум нүктелерін табуды, есептер шығаруды түсіндіру.
- **тәрбиелік:** Білім алушыларды өз еңбегімен белгілі бір нәтижеге жету дағдыларын қалыптастыру.

1.3.Сабақтың міндеті: Тақырып бойынша алған білімдерін функцияның максимум және минимум нүктелерін табу кезінде қолдану.

Ұйымдастыру кезеңі: 10 мин

- сабақтың жұмыс ортасын ұйымдастыру
- сабақтың мақсаттары мен міндеттерін анықтау

Білім алушылардың өтілген тақырып бойынша білімін тексеру: 20 мин

1.4. Тақырыптың негізгі мәселелері:

- Функцияның өсу және кему шарттары.
- Функцияның кризистік және экстремум нүктелері.
- Техникалық-технологиялық процестерге байланысты есептердегі максимум және минимум нүктелерін табу.

Жаңа сабақты түсіндіру : 40 мин

Функцияның өсу және кему шарттары. Функцияның кризистік және экстремум нүктелері. Техникалық-технологиялық процестерге байланысты есептердегі максимум және минимум нүктелерін табуға есептер шығару.

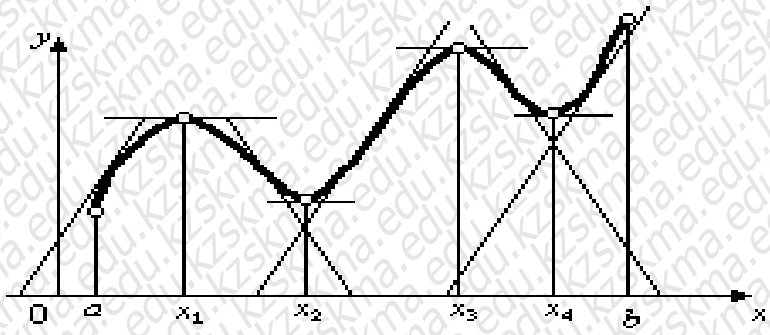
Функцияның экстремумы.

Туындыны қолданып функцияның экстермумын зеттеу.

Теорема 1. Функцияның туындысы нөлге тең немесе туындысы болмайтын анықталу облысының ішкі нүктелері сындық нүктелер деп аталады

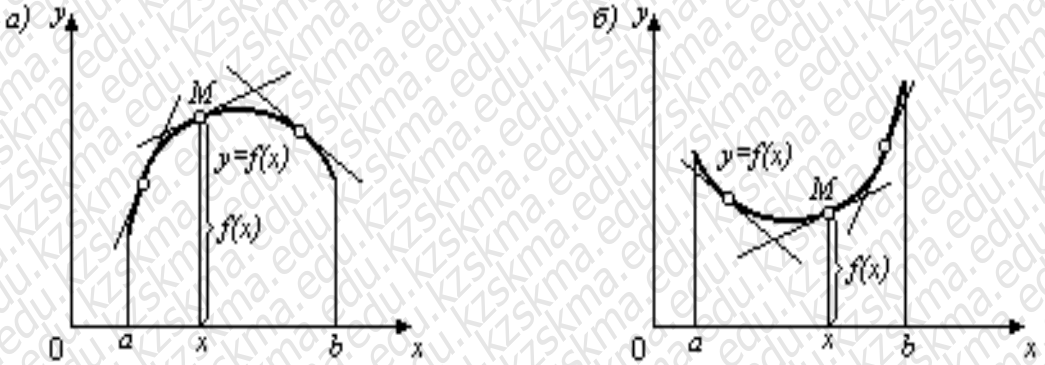
Функцияның максимумының белгісі. Егер f функциясы x_0 нүктесінде үздіксіз болса және $(a;x_0)$ интервалында $f'(x)>0$, ал $(x_0;b)$ интервалында $f'(x)<0$ болса, онда x_0 нүктесі f функциясының максимум нүктесі болып табылады.

Функцияның минимумының белгісі. Егер f функциясы x_0 нүктесінде үздіксіз болса және $(a;x_0)$ интервалында $f'(x)<0$, ал $(x_0;b)$ интервалында $f'(x)>0$ болса, онда x_0 нүктесі f функциясының минимум нүктесі болып табылады.



Теорема 2. $x=a$, $y=f(x)$ функциясының кризистік нүктесі болсын да ішінде а нүктесін қамтитындай және (b,a) мен (a,c) интервалдарының әрқайсысында $f'(x)$ туындысы бар болып, ол өзінің таңбасын сақтайтындай (b,c) интервалы бар болсын. Сонда:

Теорема 3. Егер (b,a) -да, (a,c)-да $y'<0$ немесе $y'>0$ болса, онда $x=a$ нүктесі $y=f(x)$ функциясының **экстремум** нүктесі болмайды. (экстремумның жеткілікті шарты).



Функцияның экстремум нүктелерін табу алгоритмін берейік;

1. функциясын табу;
2. функцияның сындық нүктелерін табу, яғни $f'(x)=0$ теңдеуін шешу;

3. сындық нүктелері аймағындағы $f'(x)$ туындысының таңбасын интервалдар әдісімен анықтау;
4. экстремум нүктелерінің бар болуының жеткілікті шартын қолданып, максимум және минемум нүктерін табу.

Бірінші және екінші ретті туынды арқылы функцияның экстремумын табу.

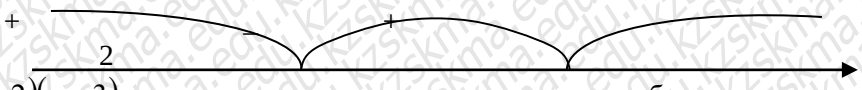
1. Функцияның анықталу облысын табу керек.
2. $f(x)$ туындысын табу керек.
3. Кризистік нүктелерін табу керек ($f'(x)=0$), $f'(x)$ туындысы жоқ болатындай нүктелерді табу керек)
4. Туындының x_0 нүкте аймағындағы таңбасын анықтау керек (егер x_0 нүктесінен солдан оңға қарай өткенде туынды таңбасын плюстен минусқа өзгертетін болса, онда x_0 максимум нүктесі, ал егер x_0 нүктесінде туынды таңбасын минустан плюске өзгертетін болса, онда x_0 минимум нүктесі болады).
5. Кризистік нүктелердің әрқайсысында 4-ші ретіне сәйкес экстремумының бар екені немесе жоқ екені туралы қорытынды жасау керек.

1-***мысал.*** $y=2x^3-15x^2+36x+1$ функциясын экстремумға зерттеу керек.

Шешуі:

1. Функция барлық х-тер үшін анықталған.
2. $y'=6x^2-30x+36$; $y'=x^2-5x+6$.
3. $x^2-5x+6=0$ теңдеуінен $x_1=2$, $x_2=3$ (кризистік нүктелері).

   $x_1=2$, $x_2=3$ нүктелерін координаталық түзуде белгілейміз.



4. $y=(x-2)(x-3)$ туындының алынған аралықтардағы таңбалары.

   $y'(1)=1^2-5*1+6=2>0$

   $y'(2{,}5)=(2{,}5)^2-5*2{,}5+6=6{,}25-12{,}5+6=-0{,}25<0$

   $y'(4)=4^2-5*4+6=16-20+6=2>0$

   $x_1=2$ нүктесінен солдан оңға қарай өткенде y туындысының таңбасы “+”-тен “-“-ке өзгереді, олай болса, $x_1=2$ максимум нүктесі; ал $x_2=3$ нүктесінен солдан оңға қарай өткенде туындының таңбасы “-“-тен “+”-ке өзгереді, ендеше $x_2=3$ минимум нүктесі.
5. Функцияның экстремумы:

   $x_1=2$ нүктесінде $y_{\max}(2)=2*2^3-15*2^2+36*2+1=29$;

   $x_2=3$ нүктесінде $y_{\min}(3)=2*3^3-15*3^2+36*3+1=28$ болады.

Функцияны туынды арқылы зерттеу және оның графигін салу.

Функцияны зерттеу негізінде оның графигін салу үшін мыны алгоритм қолданылады:

1. Функцияның анықталу облысын табу.
2. Функциясының жұп, тақтылығын және периодын анықтау.
3. Функцияның координат осьтерімен қиылысу нүктелерін және қосымша бірнеше нүктелерін табу.
4. Функцияның туындысын және кризистік нүктелерін табу.
5. Функцияның өсу, кему аралықтарын және экстремумын табу.
6. Зерттеудің нәтижесін қолданып функцияның графигін сызу.

Мысал 1. $f(x)=3x^4-4x^3-12x^2$ функциясын зерттеп және оның графигін салайық.

1. $D(f)-R$, өйткені $f(x)$-көпмүше.
2. Функция жұп та емес, тақ та емес және периодты емес.
$f(-x)=3(-x)^4-4(-x)^3-12(-x)^2=3x^4+4x^3-12x^2=-\left(-3x^4-4x^3+12x^2\right)\neq\pm f(x)$.
3. Ох осімен қиылысу нүктелері: (яғни функцияның нөлдері).

$$3x^4-4x^3-12x^2=0 \;\Rightarrow\; x^2\left(3x^2-4x-12\right)=0,\; x^2=0 \;\Rightarrow\; x_1=x_2=0$$

$$3x^2-4x-12=0 \;\Rightarrow\; x_3\approx-1{,}4,\quad x_4\approx 2{,}8$$

Қосымша нүктелері: $f(1)=-\frac{13}{12}$, $f(3)=\frac{9}{4}$.

4. Функцияның туындысын табамыз:

$f'(x)=\left(\ 3x^4-4x^3-12x^2\ \right)'=12x^3-12x^2-24x=x^3-x^2-2x$.

Туындыны нөлге теңестіреміз.

$x^3-x^2-2x=x\left(x^2-x-2\right)=0 \;\Rightarrow\; x_1=0,\; x_2=-1,\; x_3=2$.

(-1, 0, 2 –кризистік нүктелер).

5. Табылған кризистік нүктелер сандық түзуді төрт аралыққа $(-\infty;-1)$, (-1; 0), (0; 2), $(2;+\infty)$ бөледі.

Кесте құрамыз:

x	(-∞; -1)	-1	(-1; 0)	0	(0; 2)	2	(2; +∞)
f ′(x)	-	0	+	0	-	0	+
f(x)	↘ кемиді	-5 *Min*	↗ өседі	0 *max*	↘ кемиді	-32 *min*	↗ өседі

Функцияның монотондылығы:

$f'(-2)=(-2)^3-(-2)^2-2(-2)=-8-4+4=-8<0$, $(-\infty;-1)$-функция кемиді.

$f'\left(-\frac{1}{2}\right)=\left(-\frac{1}{2}\right)^3-\left(-\frac{1}{2}\right)^2-2\left(-\frac{1}{2}\right)=-\frac{1}{8}-\frac{1}{4}+1=\frac{5}{8}>0$, (-1; 0)-функция өседі.

$f'(1)=1^3-1^2-2*1=1-1-2=-2<0$, (0; 2)-функция кемиді.

$f'(3)=3^3-3^2-2*3=27-9-6=12>0$, $(2;+\infty)$- функция өседі.

Функцияның экстремумдары:

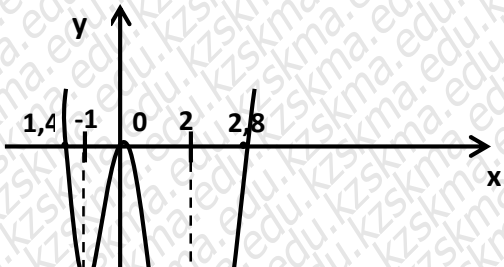
$f_{\min}(-1)=3*(-1)^4-4*(-1)^3-12*(-1)^2=3+4-12=-5$.

$f_{\max}(0)=3*0^4-4*0^3-12*0^2=0$.

$f_{\min}(2)=3*2^4-4*2^3-12*^2=48-32-48=-32$.

Осы зерттеудің туындыларын пайдаланып, функцияның графигін саламыз.

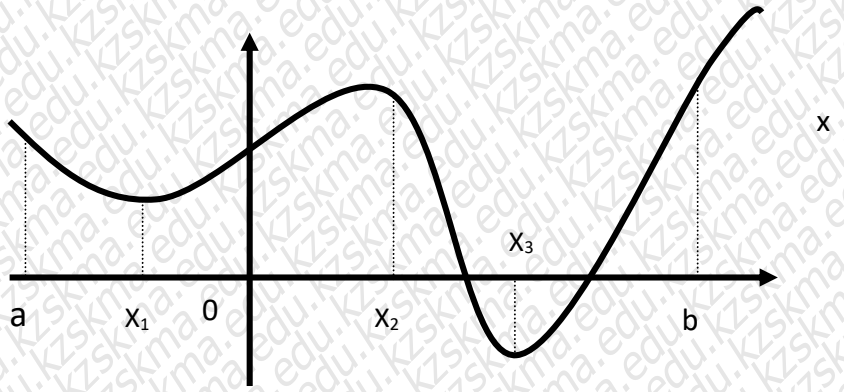
График



Кесіндідегі үздіксіз функцияның қабылдайтын ең үлкен және ең кіші мәндерін табу.

Кесіндідегі үздіксіз функц у ың қабылдайтын ең үлкен және ең кіші мәндері осы кесіндінің ішінде жатқан кризистік нүктелерде немесе сегмент ұштарында қабылдайды.

Мысал. $y = f(x)$, $x \in [a;b]$ функциясының графигі.



x_1, x_2, x_3 -нүктелерінде берілген функция өзінің экстремумынды мәндерін қабылдайды.

1.5. Иллюстрациялы материалдар: презентация

Жаңа тақырыпты бекіту. 25 мин

- егер f(x) функциясы $[a;б]$ аралығында анықталса x=a оның экстремумы бола ма?
- кемімелі функцияның экстремум нүктелері болуы мүмкін бе?
- максимум нүктесі деп неге айтамыз?
- минимум нүктесі деп неге айтамыз?
- экстремум нүктесі неге айтамыз?

1.6.Қосымша 1

1.7.Бақылау есептері: 30 мин

Функцияның экстремум нүктелерін табыңыз:

1. y (x)= $10-12x-x^2$
2. y (x)= $-3x^2+13x-12$
3. y (x)= $4-8x-5x^2$
4. y (x)= $4x^3-9x^2-12x+6$
5. f (x)= $1+3x-\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}$
6. f (x)= $16x^3-15x^2-18x+6$

7. f (x)= $2x^3-3x^2-4x-7$
8. f (x)= x^3-2x+6
9. y (x)= $2x^3-x^2-4x+5$

Сабақтың қортындылау кезеңі: 10 мин

- Білім алушылардың білімін бағалау.
- Үйге тапсырма беру.

№20 сабақ

1.1. Сабақтың тақырыбы:. Кесіндідегі функцияның ең үлкен және ең кіші мәндері.

Сағат саны: 3 сағ. **135 мин**

1.2. Сабақтың мақсаты:

- **оқыту:** Білім алушыларға функцияның ең үлкен және кіші мәндерің табуды үйрету.
- **тәрбиелік:** Білім алушыларды өз еңбегімен белгілі бір нәтижеге жету дағдыларын қалыптастыру.

1.3.Сабақтың міндеті: тақырып бойынша алған білімдерін туындыны табу кезінде қолдану.

Ұйымдастыру кезеңі: 10 мин

- сабақтың жұмыс ортасын ұйымдастыру
- сабақтың мақсаттары мен міндеттерін анықтау

Білім алушылардың өтілген тақырып бойынша білімін тексеру: 20 мин

1.4. Тақырыптың негізгі мәселелері:

- Функция және оның анықталу облысы.
- Функцияның мәні, туынды, туындыны есептеу.
- Сындық нүктелер,кесіндідегі үзіліссіз функцияның қасиеттері .

Жаңа сабақты түсіндіру : 40 мин

Функция және оның анықталу облысы, функцияның мәні, туынды, туындыны есептеу, сындық нүктелер,кесіндідегі үзіліссіз функцияның қасиеттері.

Функцияның ең үлкен және кіші мәндері.

f функциясы $[a,b]$ кесіндісінде тек үздіксіз болып қана қоймай, сол кесіндіде саны шектеулі кризистік нүктелері болатын жаңдай үшін f функциясының ең үлкен және ең кіші мәндерін іздеп табу ережесін көрсетейік.

Функцияның ең үлкен және кіші мәндерін табу үшін келесі алгоритм қолданамыз.

1. f ′(x)-функциясының туындысын табу.
2. f ′(x)=0 теңдеуін шешіп, сындық нүктелерін анықтау.
3. Осы кесіндіге тиісті сындық нүктелерін анықтау.
4. Кесіндінің шеткі нүктелеріндегі және осы аралыққа тиісті сындық нүктелеріндегі функцияның мәнін есептеу.
5. Функцияның табылған мәндерін салыстыра отырып оның ең улкен ең кіші мәндерін анықтау.

Мысал: $y(x)=x^3-1{,}5x^2-6x+1$ функциясының $[-2;0]$ кесіндісіндегі ең үлкен және ең кіші мәндерін табайық.

Ең алдымен кризистік нүктелерді табайық $y'(x)=3x^2-3x-6$ туындысы кез келген x үшін анықталғандықтан, $y'(x)=0$ теңдеуін шешу ғана қалады. Оны шешсек, $x=-1$ және $x=2$ болатынын табамыз.

Енді $y(-2)=-1$, $y(-1)=4{,}5$ және $y(0)=1$ сандарының ішінен ең үлкен және ең кішісін тандап алу керек (кризистік нүкте $x=2$ қарастырылып отырған кесіндігі тиісті емес). Ең кіші мәнге функция -2 нүктесінде жететіндігі және ол мән -1-ге тең болатыны, ал ең үлкен мәнге -1 нүктесінде жететіндігі және ол мән 4,5-ке тең болатыны анық. Мұны қысқаша былай жазады:

$$\max_{[-2;0]} y(x)=y(-1)=4{,}5;\quad \min_{[-2;0]} y(x)=y(-2)=-1.$$

1.5. Иллюстрациялы материалдар: өзіндік жұмыстарға арналған кеспелер, тест тапсырмалары.

Жаңа тақырыпты бекіту. 25 мин

- Функцияның (а;в) кесіндісіндегі ең үлкен мәні максимум нүктесіндегі функцияның мәніне тең болуы міндетті ме?
- Максимум және минимум сөздері қандай мағына береді?
- Кесіндідегі үзіліссіз функцияның қасиеттері қандай?

1.6. Қосымша 1

1.7.Бақылау есептері: 30 мин

y=f(x) функциясының көрсетілген кесіндідегі ең үлкен және ең кіші мәндерін табыңыз.

1. $f(x)=4x+5,[-1;2]$
2. $f(x)=x^2-5x+6,[0;3]$
3. $f(x)=x^4-\frac{1}{2}x^2+1,[-1;1]$

Сабақтың қортындылау кезеңі: 10 мин

- Білім алушылардың білімін бағалау.
- Үйге тапсырма беру.

№21 сабақ

1.1. Сабақтың тақырыбы: Алғашқы функция және анықталмаған интеграл.

Сағат саны: 2 сағ. **90 мин**

1.2. Сабақтың мақсаты:

- **оқыту:** Білім алушыларға анықталмаған интегралдың қасиеттерін үйрету.
- **тәрбиелік:** Білім алушыларды белгілі бір нәтижеге жету дағдыларын қалыптастыру және анықталмаған интегралдың негізгі ережелерін орынды пайдалана білуге дағдыландыру.

1.3 Сабақтың міндеті: тақырып бойынша алған білімдерін анықталмаған интегралды табу бойынша білім, білік дағдыларын қалыптастыру.

Ұйымдастыру кезеңі: 5 мин

- сабақтың жұмыс ортасын ұйымдастыру
- сабақтың мақсаттары мен міндеттерін анықтау

Білім алушылардың өтілген тақырып бойынша білімін тексеру: 14 мин

1.4. Тақырыптың негізгі мәселелері:

- Анықталмаған интегралдың қасиеттері.
- Таблицалық интегралдар.

Жаңа сабақты түсіндіру : 27 мин.

Алғашқы функция және анықталмаған интеграл. Анықталмаған интегралдың қасиеттері. Таблицалық интегралдар.

Анықтама 1. Кез келген Х жиынында өзгеретін х үшін $F'(x)=f(x)$ теңдігі орындалса онда сол аралықта $F(x)$ функциясын $f(x)$ функция үшін алғышқы функция деп аталады.

Кез келген функция сияқты алғашқы функция да барлық нақты сандар жиынында немесе белгілі бір аралықта қарастырылуы мүмкін.

Интегралдау ережелері:

1. $\int kf(x)dx = k\int f(x)dx$, мұндағы к – const
2. $\int[f(x)\pm g(x)]=\int f(x)dx+\int g(x)dx$
3. $\int f(kx+b)dx=\frac{1}{k}F(kx+b)+C,\ k\neq 0$

Анықталмаған интегралдың кестесі:

1. $\int 0dx = C$

2. $\int 1dx = x + C$

3. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C,\ (r \neq -1)$

4. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$

5. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$

6. $\int e^x dx = e^x + C$

7. $\int \sin x dx = -\cos x + C$

8. $\int \cos x dx = \sin x + C$

9. $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -ctgx + C$

10. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = tgx + C$

11. $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \begin{cases} \arcsin x + C, \\ -\arccos x + C \end{cases}$

12. $\int \frac{1}{1+x^2} dx = \begin{cases} arctgx + C, \\ -arcctgx + C \end{cases}$

13. $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \begin{cases} \arcsin \frac{x}{a} + C, \\ -\arccos \frac{x}{a} + C \end{cases}$

14. $\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \begin{cases} \frac{1}{a} arctg \frac{x}{a} + C, \\ -\frac{1}{a} arcctg \frac{x}{a} + C \end{cases}$

Мысал 1. $F(x) = \frac{x^3}{3}$ функциясы $f(x) = x^2$ функция үшін $(-\infty; \infty)$ интервалында алғашқы функция болады, өйткені барлық $x \in (-\infty; \infty)$ үшін

$$F'(x) = \left(\frac{x^3}{3}\right)' = \frac{1}{3}(x^3)' = \frac{1}{3} \cdot 3x^2 = x^2 = f(x)$$

Ал $\frac{x^3}{3} + 7$ функциясының туындысы да сол x^2 болатынын байқау қиын емес, сондықтан $\frac{x^3}{3} + 7$ функциясы да x^2 үшін R жиынында алғашқы функция болады. Әрине, 7 санының орнына кез келгені тұрақты қоюға болатынын айқын. Сонымен, алғашқы функцияны табу есебінің шектеусіз көп шешімдері болатынын көріп отырмыз.

1.5. Иллюстрациялы материалдар: өзіндік жұмыстарға арналған кеспелер.

Жаңа тақырыпты бекіту. 9 мин

• Алғашқы функция дегеніміз не?

- Туынды және алғашқы функция ұғымдарының айырмашылығы неде?
- Алғашқы функция табу ережелері қандай?
- Интегралдау амалы деген не?
- Интеграл белгісі қандай?

1.6.Қосымша 1

1.7.Бақылау есептері: 31 мин

Алғашқы функцияны табыңыз.

1. f(x)= -5x+3
2. f(x)= $\frac{1}{x^3}+x$
3. f(x)= $\frac{x+2}{x}$
4. f(x)= e^{2x}
5. f(x)= $x^3+\frac{1}{x^2}$
6. f(x)= cos 3x
7. f(x) = $e^{5x}+\frac{1}{x^6}$
8. f(x)= x^2+3sin x
9. f(x) = tg x + e^{2x}
10. f(x)= 7^x+x^7

Анықталған туындыны есептеңіз:

1. а) $\int_1^2 (2x-3)dx$ б) $\int_{-1}^2 (1-2x-x^2)dx$
2. а) $\int_{-1}^0 (x^3-3x)dx$ б) $\int_{-1}^2 (x^2-6x+9)dx$
3. а) $\int_1^2 (2x^3+\sqrt{x}+x^2+2x-1)dx$ б) $\int_1^2 (2x+1)^3 dx$

Сабақтың қортындылау кезеңі: 4 мин

- Білім алушылардың білімін бағалау.
- Үйге тапсырма беру.

№22 сабақ

1.1. Сабақтың тақырыбы: Анықталған интеграл.

Сағат саны: 3 сағ. **135 мин**

1.2. Сабақтың мақсаты:

- **оқыту:** Білім алушыларға анықталған интегралдың қасиеттерін үйрету.
- **тәрбиелік:** Білім алушыларды белгілі бір нәтижеге жету дағдыларын қалыптастыру және анықталған интегралдың негізгі ережелерін орынды пайдалана білуге дағдыландыру.

1.3 Сабақтың міндеті: тақырып бойынша алған білімдерін анықталған интегралды табу бойынша білім, білік дағдыларын қалыптастыру.

Ұйымдастыру кезеңі: 10 мин

- сабақтың жұмыс ортасын ұйымдастыру
- сабақтың мақсаттары мен міндеттерін анықтау

Білім алушылардың өтілген тақырып бойынша білімін тексеру: 20 мин

1.4. Тақырыптың негізгі мәселелері:

- Анықталған интегралдың қасиеттері.
- Ньютон Лейбнец формуласы.

Жаңа сабақты түсіндіру : 40 мин .

Анықталған интеграл және оның геометриялық мағынасы

1. Анықтама. Егер $[a,b]$ кесіндісінде берілген $f(x)$ функциясы үшін $\lambda \max \Delta x_0 \to \infty$ $(n \to \infty)$ ұмтылғанда $[a,b]$ сегментінің қалай бөлінетіндегі және ε_i нүктелерінің қалай анықталатынына

тәуелсіз, төмендегі интегралдың қосындысының шегі бар болатын болса, онда оны $f(x)$ функциясының *a*-дан *b*-ға дейінгі аралықтағы **анықталған интегралы** деп атайды.

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} f(\varepsilon_i)\cdot\Delta x_i,\ \text{мұндағы}\ \varepsilon_i \in [x_{i-1}; x_i]$$

Анықталған интеграл мен алғашқы функцияның арасындағы байланыс (Ньютон-Лейбниц формуласы).

Үздіксіз функция үшін

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

мұндағы, $F(x)$ - $f(x)$ функциясының алғашқы функциясы.

Анықталған интегралдың негізгі қасиеттері, анықталған интегралды есептеу.

$1^0.\ \int_a^a f(x)dx = 0$

$2^0.\ \int_a^a dx = b - a$

$3^0.\ \int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$

$4^0.\ \int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$

$5^0.\ \int_a^b kf(x)dx = k\int_a^b f(x)dx$, мұндағы к– const

$6^0.\ \int_a^b [f(x) \pm g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx$

Анықталған интегралды есептеу

Мысал 1. $\int_1^2 \frac{dx}{2x+3}$ интегралын табу керек.

Шешуі: $f(x) = (2x+3)^{-1}$ функциясы үшін алғашқы функция $F(x) = 0{,}5Ln|2x+3|$ болады.

Ендеше $\int_1^2 \frac{dx}{2x+3} = \frac{1}{2}\ln|2x+3|\ \Big|_1^2 = \frac{1}{2}(\ln 7 - Ln5) = \frac{1}{2}\ln\frac{7}{5}$.

Мысал 2. $\int_1^2 (2x^3 + x^2 + 1)dx$ интегралын есептеу керек.

Шешуі:

$$\int_1^2 2x^3 + x^2 + 1)dx = \int_1^2 2x^3dx + \int_1^2 x^2dx + \int_1^2 dx = 2\frac{x^4}{4}\Big|_1^2 + \frac{x^3}{3}\Big|_1^2 + x\Big|_1^2 = \left(\frac{2^4}{2} - \frac{1^4}{2}\right) + \left(\frac{2^3}{3} - \frac{1^3}{3}\right) +$$

$$+ (2-1) = \frac{15}{2} + \frac{7}{2} + 1 = \frac{15+7+2}{2} = \frac{24}{2} = 12$$

Мысал 3. $\int_{\pi/6}^{\pi/4} tg^2 x dx$ интегралын есептеу керек.

Шешуі: $tg^2 x = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1-\cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x} - 1;$

$$\int_{\pi/6}^{\pi/4} tg^2 x dx = \int_{\pi/6}^{\pi/4} \frac{dx}{\cos^2 x} - \int_{\pi/6}^{\pi/4} dx = tgx \Big|_{\pi/6}^{\pi/4} - x \Big|_{\pi/6}^{\pi/4} = tg\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6}\right) - \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{4\left(3-\sqrt{3}\right)-\pi}{12}$$

1.5. Иллюстрациялы материалдар: өзіндік жұмыстарға арналған кеспелер.

Жаңа тақырыпты бекіту. 25 мин

- Анықталған интегралдың қандай қасиеттері бар?
- Ньютон-Лейбниц формуласы қалай белгіленеді?
- Анықталған интеграл мен анықталмаған интегралдың айырмашылығы неде?
- Алғашқы функция деп неге айтамыз?

1.6.Қосымша 1

1.7.Бақылау есептері: 30 мин

f Есептеңіз:

4. а) $\int_1^2 (2x-3)dx$ б) $\int_{-1}^2 (1-2x-x^2)dx$
5. а) $\int_{-1}^0 (x^3-3x)dx$ б) $\int_{-1}^2 (x^2-6x+9)dx$
6. а) $\int_1^2 (2x^3+\sqrt{x}+x^2+2x-1)dx$ б) $\int_1^2 (2x+1)^3 dx$

Сабақтың қортындылау кезеңі: 10 мин

- Білім алушылардың білімін бағалау.
- Үйге тапсырма беру.

№23 сабақ

1.1. Сабақтың тақырыбы: Геометриялық және физикалық есептерді шешуде анықталған интегралды қолдану.

Сағат саны: 3 сағ. **135 мин**

1.2. Сабақтың мақсаты:

- **оқыту:** Білім алушыларға анықталған интегралдың қасиеттерін үйрету.
- **тәрбиелік:** Білім алушыларды белгілі бір нәтижеге жету дағдыларын қалыптастыру және анықталған интегралдың негізгі ережелерін орынды пайдалана білуге дағдыландыру.

1.3 Сабақтың міндеті: Тәжірибелік дағдыларды сараптау,логикалық ойды функциялар- дың арасындағы әр түрлі байланыстарды білім алушыларға үйрету.

Ұйымдастыру кезеңі: 10 мин

- сабақтың жұмыс ортасын ұйымдастыру
- сабақтың мақсаттары мен міндеттерін анықтау

Білім алушылардың өтілген тақырып бойынша білімін тексеру: 20 мин

1.4. Тақырыптың негізгі мәселелері:

- Анықталған интегралдың қасиеттері.

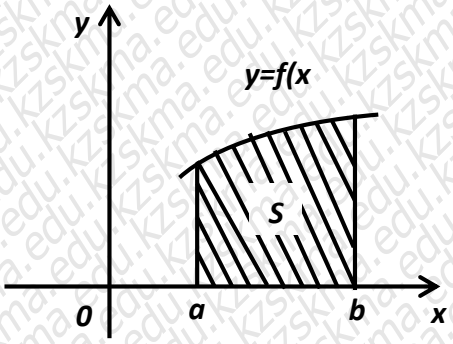
- Ньютон Лейбнец формуласы.
- Геометриялық және физикалық есептерді шешуде анықталған интегралды қолдану.

Жаңа сабақты түсіндіру : 40 мин

Техника-технологиялық бағыт бойынша геометриялық және физикалық есептерді шығаруда анықталған интегралды қолдану.

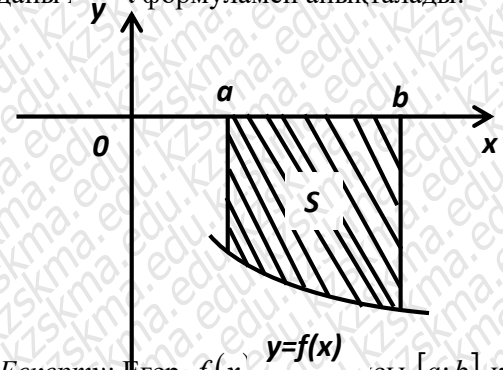
Геометриялық мағынасы

1. $[a,b]$ кесіндісінде үздіксіз оң таңбалы мәндер қабылдайтын $y=f(x)$ функциясының графигімен, OX өсімен және $x=a,\ x=b$ түзулерімен шектелген қисық сызықты трапецияның ауданы мына формуламен анықталады:



$$S=\int_a^b f(x)dx$$

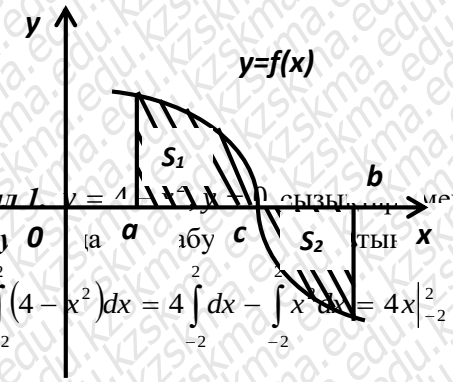
2. $[a;b]$ кесіндісінде үздіксіз теріс таңбалы мәндер қабылдайтын $y=f(x)$ функциясының графигімен, OX өсімен және $x=a,\ x=b$ түзулерімен шектелген қисық сызықты трапецияның ауданы мына формуламен анықталады:



$$S=-\int_a^b f(x)dx$$

3. *Ескерту:* Егер $f(x)$ [illegible]сы $[a;b]$ кесіндісінде таңбасын өзгертетін болса, онда

$$S_1-S_2=\int_a^b f(x)dx$$



Мысал 1. $y=4-x^2, y=0$ [illegible]сызықтармен шектелген фигураның ауданын есептеу керек.

Шешу [illegible]а [illegible]абу [illegible]ктың [illegible]ра 3 суретте кескінделген. (2) формуласы бойынша

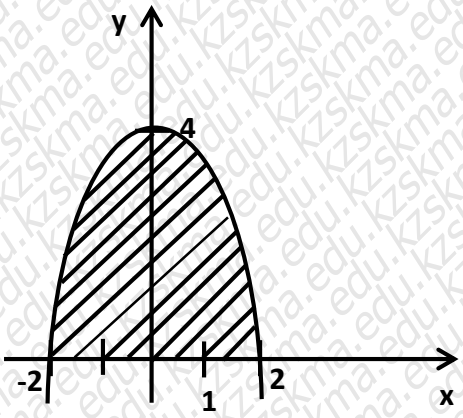
$$S=\int_{-2}^{2}(4-x^2)dx=4\int_{-2}^{2}dx-\int_{-2}^{2}x^2dx=4x\Big|_{-2}^{2}-\frac{x^3}{3}\Big|_{-2}^{2}=4\left(2-(-2)-\frac{1}{3}(8-(-8))\right)=\frac{32}{3}$$ кв. бірлік.

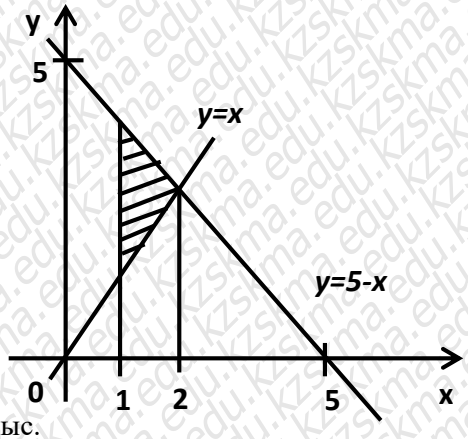
Мысал 2. $y=x, y=5-x, x=1, x=2$ сызықтармен шектелген фигураның ауданын табу керек.

Шешуі: Ауданын табу керек болатын фигура 4 суретте кескінделген (1) формуласы бойынша:

$$S=\int_1^2[(5-x)-x]dx=\int_1^2(5-x)dx-\int_1^2 xdx=5\int_1^2 dx-2\int_1^2 xdx=5x\Big|_1^2-2\cdot\frac{x^2}{2}\Big|_1^2=5(2-1)--(4-1)=2$$

кв. бірлік.





1.5. Иллюстрациялы материалдар: окулықпен жұмыс.

Жаңа тақырыпты бекіту. 25 мин

- Анықталған интеграл деп неге айтамыз?
- Анықталған интеграл қалай белгіленеді?
- Ньютон-Лейбниц формуласы қалай белгіленеді?
- Фигураның ауданын қалай табамыз?

1.6.Қосымша 1

1.7.Бақылау есептері: 30 мин

f Есептеңіз:

1. а) $\int_1^2(2x-3)dx$ б) $\int_{-1}^2(1-2x-x^2)dx$
2. а) $\int_{-1}^0(x^3-3x)dx$ б) $\int_{-1}^2(x^2-6x+9)dx$
3. а) $\int_1^2(2x^3+\sqrt{x}+x^2+2x-1)dx$ б) $\int_1^2(2x+1)^3dx$

Сабақтың қортындылау кезеңі: 10 мин

- Білім алушылардың білімін бағалау.
- Үйге тапсырма беру.

№ 24 сабақ

1.1. Сабақтың тақырыбы: Анықталған интегралдың көмегімен айналу денелерінің көлемін есептеу.

Сағат саны: 2 сағ. **90 мин**

1.2. Сабақтың мақсаты:

- **оқыту:** Білім алушыларға анықталған интегралдың көмегімен айналу дененің көлемін есептеуді және айналу денесінің көлемін есептеу формуласымен есептер шығаруда қолданады үйрету.
- **тәрбиелік:** Білім алушыларды белгілі бір нәтижеге жету дағдыларын қалыптастыру және анықталған интегралдың негізгі ережелерін орынды пайдалана білуге дағдыландыру.

1.3 Сабақтың міндеті: тақырып бойынша алған білімдерін анықталған интегралды табу бойынша білім, білік дағдыларын қалыптастыру.

Ұйымдастыру кезеңі: 5 мин

- сабақтың жұмыс ортасын ұйымдастыру
- сабақтың мақсаттары мен міндеттерін анықтау

Білім алушылардың өтілген тақырып бойынша білімін тексеру: 14 мин

1.4. Тақырыптың негізгі мәселелері:

- Анықталған интегралдың қасиеттері.
- Ньютон Лейбнец формуласы.
- Анықталған интегралдың көмегімен айналу денелерінің көлемін есептеу әдістері.

Жаңа сабақты түсіндіру : 27 мин.

Анықталған интегралдың көмегімен айналу денелерінің көлемін есептеу әдістері.

y=f(x)≥0 қисығымен және x=a, x=b (a **түзулерімен шектелген, 0x осінде қисықсызықты трапецияны айналдырғанда (3 сурет), шыққан дененің көлемі мынаған тең:**

$$V=\pi\int_a^b f^2(x)dx \quad \textbf{. (3)}$$

x=g(y)≥0 қисығымен және y=a, y=b(a түзулерімен шектелген, 0y осінде қисықсызықты трапецияны айналдырғанда (4 сурет), шыққан дененің көлемі мынаған тең:

$$V=\pi\int_a^b g^2(y)dy \quad \textbf{(4)}$$

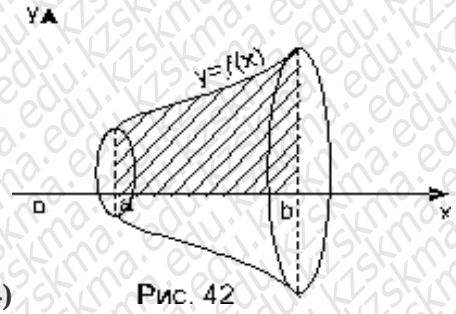


Рис. 42

3 сурет

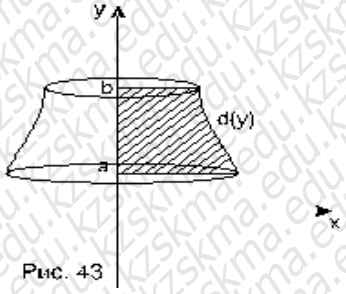


Рис. 43

4 сурет

Мысалы

1. Абсцисса осімен және параболамен $y=4x-x^2$ **шектелген, фигураны абсцисса осін айналдырғанда алған дененің көлемін табыңыз.**

Шешуі. Ең алдымен, $y=4x-x^2$ **және y=0 абсцисса осімен теңдеулерін теңестіріп, интегралдың шектерін анықтаймыз. Осыларды есептеу арқылы екі нүктені (0;0) (4;0), аламыз** $x_1=0, x_2=4$ **. Ізделінген көлеміміздің есептелуі:**

$$V=\pi\int_0^4 |4x-x^2|^2dx=\int_0^4 |16x^2-8x^3+x^4|dx=\pi\left[\int_0^4 16x^2dx-\int_0^4 8x^3dx+\int_0^4 x^4dx\right]=$$

$$=\pi\left[16\frac{x^3}{3}-8\frac{x^4}{4}+\frac{x^5}{5}\right]\Big|_0^4=\pi\left[16\frac{4^3}{3}-8\frac{4^4}{4}+\frac{4^5}{5}\right]=$$

$\approx\pi|341,3-512+204,8|=34,1\pi.$

$V\approx 107$ куб.ед.

1.5. Иллюстрациялы материалдар: өзіндік жұмыстарға арналған кеспелер.

Жаңа тақырыпты бекіту. 9 мин

- Анықталған интегралды қолданып, жазық фигураның аудандарын есептеу.
- Қисық доғаның ұзындығын табу.
- Айналу денесінің көлемін есептеу.
- Меншіксіз интегралдың түрлерін атаңыз.

1.6.Қосымша 1

1.7.Бақылау есептері: 31 мин

Шыққан дененің көлемі есептеңіз.

1. $y = x^2, x = 0, x = 3$

2. $y = 3x^2, x = 1, x = 2$

3. $y = x + 1^2, x = 0, x = 1$

Сабақтың қортындылау кезеңі: 4 мин

- Білім алушылардың білімін бағалау.
- Үйге тапсырма беру.

№ 25 сабақ

1.1. Сабақтың тақырыбы: Ықтималдық. Комбинаторика элементтері.

Сағат саны: 3 сағ. **135 мин**

1.2. Сабақтың мақсаты:

- **оқыту:** Білім алушыларға ықтималдықтың элементтері, математикалық статистика элементтерін есептеу формуласымен есептер шығаруда қолданады үйрету.
- **тәрбиелік:** Білім алушыларды белгілі бір нәтижеге жету дағдыларын қалыптастыру.

1.3 Сабақтың міндеті: тақырып бойынша алған білімдерін ықтималдықты табу бойынша білім, білік дағдыларын қалыптастыру.

Ұйымдастыру кезеңі: 10 мин

- сабақтың жұмыс ортасын ұйымдастыру
- сабақтың мақсаттары мен міндеттерін анықтау

Білім алушылардың өтілген тақырып бойынша білімін тексеру: 20 мин

1.4. Тақырыптың негізгі мәселелері:

- Комбинаторика элементтері және олардың ықтималдықтарды табуға қолданылуы
- Комбинаторлық есептерді шешу.
- Орналастырулар, комбинациялар және қайталанулармен және қайталануларсыз ауыстырулар.

Жаңа сабақты түсіндіру : 40 мин.

Комбинаторика элементтері және олардың ықтималдықтарды табуға қолданылуы. Ньютон биномы (натурал көрсеткішпен) жуықтап есептеулер үшін қолдану. Орналастырулар, комбинациялар және қайталанулармен және қайталануларсыз ауыстырулар. Комбинаторлық есептерді шешу.

k элементтерінің n элементтерінен мұндай комбинациялар деп аталады, олардың әрқайсысында k элементтері бар және бір-бірінен осы элементтердің құрамы немесе орналасу реті бойынша ерекшеленеді.

N элементтен k элементіне орналастырудың жалпы саны формула бойынша анықталады:

Мұнда = 1*2*3*...*!=1.

Сонымен біз ұғымға келдік **факторлық**.

Математикада натурал сандардың көбейтіндісі 1-ден **факторлық деп аталады** және белгіленеді!

Мысалдар:

3! Бұлар 1*2*3 = 6

4! Бұлар 1*2*3*4 = 24

5! Бұлар 1*2*3*4*5 = 120

6! Бұл 1*2*3*4*5*6 = 720. т.б.

Факториалды есептеуге мысал келтірейік:

10! / 8!*2! = 1*2*3*4*5*6*7*8*9*10 / 1*2*3*4*5*6*7*8 *1*2 = 45.

Ауыстырулар арқылы осы элементтердің ішінен мұндай комбинациялар деп аталады, олардың әрқайсысы осы элементтердің барлығын қамтиды және бір-бірінен тек орналасу ретімен ерекшеленеді. Ауыстырулардың жалпы саны формула бойынша анықталады:

$P_n = n(n-1)... (n- n +1) = n!$ немесе

$P_n = n!$

Комбинациялармен n-ден k-ге дейінгі элементтердің әрқайсысы k элементтерінен тұратын және бір-бірінен тек элементтер құрамымен ерекшеленетін осындай комбинациялар деп аталады.

Комбинациялардың жалпы саны формула бойынша анықталады:

Математикалық **статистиканың** ең басты мақсаты- бақылау немесе эксперимент арқылы құбылыстар мен процестерден қорытынды алу болып табылады.
Бұл статистикалық құбылыстар және тәжірибені емес, құбылыстың ықтималдығының (ықтималдықтарды тарату заңдылығы және олардың параметрлері, математикалық бағдары және т.б) жалпы сипаттамасын тұжырымдайды.

Таңдау әдісі дегеніміз – таңдау арқылы алынған қандайда бір объект бөлігінің қасиеттерін қарастыру арқылы жалпы қасиеттерді зерттейтін статистикалық әдіс.
Көлемі N болатын жиынтықтан алынған кез келген жиынтық болатын n көлемді таңдамалардың таңдалу ықтималдығы бірдей.
Таңдау әдісін қолдану кезінде ***вариант*** және ***вариациялық қатар*** ұғымдарының маңызы өте зор.

Таңдаманың статистикалық таралуы деп вариациялық қатардың x_1 варианттар тізбегі мен оларға сәйкес n_1 жиіліктерін (барлық жиіліктердің қосындысы таңдаманың n көлеміне тең) немесе салыстырмалы w_1 жиіліктерін (салыстырмалы жиіліктердің қосындысы алынады) арқылы беруге болады.

1.5. Иллюстрациялы материалдар: өзіндік жұмыстарға арналған кеспелер.
Жаңа тақырыпты бекіту. 25 мин

- Таңдау әдісі дегеніміз не?
- Математикалық статистика дегеніміз не?
- Таңдаманың статистикалық таралуы.

1.6.Қосымша 1
1.7.Бақылау есептері: 30 мин
Мысал: техникалық лицейдің шеберханасындағы үш станокта тетіктер жасалады. Тетікті бірінші станокта жасау ықтималдығы 0,6 –ға тең. Бірінші станокта
жарамды тетікті жасау ықтималдығы 0,8. жарамды тетіктің бірінші станокта жасалу ықтималдығын табыңдар.
Мысал: жәшікте 30 шар бар,оның 15-і қызық, 10-ы көк және 5-і жасыл. Жәшіктен алынған кез келген шардың жасыл болмауының (А оқиғасы) ықтималдығын табыңдар
Сабақтың қортындылау кезеңі: 10 мин

- Білім алушылардың білімін бағалау.
- Үйге тапсырма беру.

№26 сабақ

1.1. Сабақтың тақырыбы: Оқиғаның ықтималдығы және оның қасиеттері.
Шартты ықтималдық.

Сағат саны: 3 сағ. **135 мин**

1.2. Сабақтың мақсаты:

- **оқыту:** Білім алушыларға оқиғаның ықтималдығы және оның қасиеттерін, математикалық статистика элементтерін есептеу формуласымен есептер шығаруда қолданады үйрету.
- **тәрбиелік:** Білім алушыларды белгілі бір нәтижеге жету дағдыларын қалыптастыру.

1.3 Сабақтың міндеті: тақырып бойынша алған білімдерін шартты ықтималдықты табу бойынша білім, білік дағдыларын қалыптастыру.

Ұйымдастыру кезеңі: 10 мин

- сабақтың жұмыс ортасын ұйымдастыру
- сабақтың мақсаттары мен міндеттерін анықтау

Білім алушылардың өтілген тақырып бойынша білімін тексеру: 20 мин

1.4. Тақырыптың негізгі мәселелері:

- Ықтималдықтарды қосу және көбейту
- Кездейсоқ шама. Таңдау әдістерінің элементтері.
- Математикалық күтімнің қасиеттері.
- Дисперсияның қасиеттері

Жаңа сабақты түсіндіру : 40 мин

Ықтималдықтарды қосу және көбейту ережелері.

Үйлесімсіз оқиға, тәуелсіз оқиға, тәуелді оқиға шартты ықтималдық, оқиғалар қосындысы, көбейтіндісі, кездейсоқ шама, үзіліссіз кездейсоқ шама дисперсия және орташа квадраттық ауытқу ұғымдарын және теоремаларын дәлелдеуді үйрету. Оларды қолданып есептер шығару.

Анықтама: Тәжірибе барысында екі оқиғаның біреуі екіншісінің орындалуын жоққа шығарса, онда мұндай оқиғалар **үйлесімсіз** деп аталады.

- егер оқиға мүмкін болмаса, онда оның ықтималдығы нөлге тең.
- егер оқиғаның орындалуы мүмкін болса, онда оның ықтималдығы бірге тең.
- егер бір оқиғаның орындалуы мүмкін, бірақ түсуі абсолют ақиқат болмаса, онда оның ықтималдығы 0 және 1 сандарының арасында орналасқан сан.

Мысалы; тиынды лақтырғанда елтаңбаның түсуі мен жазудың түсуі - үйлесімсіз оқиғалар.

А дәне В оқиғаларының А+В қосындысы деп А оқиғасының немесе В оқиғасының немесе екеуінің орындалуынан тұратын оқиғаны айтады.

1 – теорема: Үйлесімсіз екі оқиғаның кез келген біреуінің орындалуының ықтималдығы осы оқиғалардың ықтималдықтарының қосындысына тең:

$$\mathbf{P(A+B) = P(A) + P(B)}$$

Дәлелдеу: Дәлелдеу үшін келесі белгілеулерді енгізейік.

n- тәжірибенің мүмкін болуының жалпы саны.
m_1 – А оқиғасының орындалуының саны
– В оқиғасының орындалуының саны
$m_1 + m_2$ – ге тең.

Демек,

$$\mathbf{P(A+B)} = \frac{m_{1+M_2}}{n} = \frac{m_1}{n} + \frac{m_2}{n} = P(A) + P(B)$$

2-Анықтама: Бірінші оқиғаның ықтималдығы екінші оқиғаның пайда болуына байланысты болатын екі оқиғаны тәуелсіз оқиғалар деп атайды.

Мысалы. тиынды лақтырғанда елтаңбаның түсуі ойын сүйегін лақтырғандағы белгілі бір санның түсуіне байланысты емес.

3- Анықтама: Бір тәжірибенің қорытындысы үшін топтың тек қана бір оқиғасы болытын. $A_1, A_2, ...A_n$ (1) оқиғалар жүйесі оқиғалардың толық тобы деп аталады.

2- теорема: Толық топтың оқиғалар саны 1-ге тең.

Дәлелдеу. Оқиғаны толық табу үшін $A_1+ A_2+ .....+A_n$**=D** ақиқат, ал осы топтың оқиғалары екі екіден үйлесімсіз.

$$P(A_1+ A_2+ .....+A_n) =P (A_1)+ P(A_2)+ .....+P(A_n) \quad (2)$$

$P(A_1+ A_2+ .....+A_n) =P(D) =1$ $P (A_1)+ P(A_2)+ .....+P(A_n) =1$ теңдігі шығады.

Тәуелсіз ықтималдардың көбейтіндісі.

Теорема: А және В тәуелсіз оқиғаларының бірдей орындалуы ықтималдығы осы оқиғалардың көбейтіндісіне тең.

$$\mathbf{P(AB) =P(A)* P(B)}$$

Мысал: Егер ойын сүйегі мен тиынды лақтырса, тиынның елтаңба жағымен және ойын сүйегіндегі 5 санының түсу ықтималдығы қандай?

Шешуі: $\frac{1}{2}-$ тиындағы елтаңбаның және $\frac{1}{6}-$ ойын сүйегіндегі 5 санының түсу ықтималдығы.

Онда 3- теорема бойынша $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{12}$

$$P(AB) =P(A)* P(B) =\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{12}$$ **Жауабы: 1/12**

Мысал: Тиынды 10 рет лақтырғанда, 10 рет елтаңбаның түсу ықтималдығы қандай?

Шешуі: Әтбір лақтыры кезінде елтаңбаның түсуі алдыңғы қорытындыға байланысты емес. Сондықтан бұл жерже 10 үйлесімсіз оқиғалардың үйлесімділігі туралы айтылған. Елтаңбаны бір рет лақтыру кезінде түсу ықтималдығы $\frac{1}{2}$- ге тең.

Сондықтан ізделінді ықтималдық $\left(\frac{1}{2}\right)^{10}$ - іне тең. $\frac{1}{1024}$

Анықтама: Бір оқиғаның орындалуы екінші оқиғаға тәуелді болатын оқиғаларды **тәуелді оқиғалар** деп аталады.

Анықтама: А оқиғасы орындалмағаннан кейін анықталған В оқиғасының ықтималдығын $P_A(B)$ шартты ықтималдық деп атайды.

Теорема: Тәуелді екі оқиғаның орындалу ықтималдығы бірінші оқиғаның ықтималдығын бірінші оқиға орындалғаннан кейін анықталған екінші оқиғаның шартты оқиғаның ықтималдығына көбейткенге тең.

$$\mathbf{P(AB) =P(A)* P_A(B)}$$

Бұл теорема тәуелдә оқиғалар саны екіден артық жағдай үшін де орындалады. Мысалы. 3 тәуелді оқиға үшін.

$$\mathbf{P(ABC) =P(A)* P_A(B) * P_{AB}(C)}$$

орындалса, $P_{AB}(C)$ белгісі А және В оқиғалары орындалғаннан кейін С оқиғасының ықтималдығын береді.

1.5. Иллюстрациялы материалдар: презентация

Жаңа тақырыпты бекіту. 25 мин

- Үйлесімді оқиға дегеніміз не?
- Үйлесімсіз оқиға дегеніміз не?

- Тәуелді оқиға дегеніміз не?
- Кездейсоқ оқиға дегеніміз не?

1.6.Қосымша 1

1.7.Бақылау есептері: 30 мин

Мысал.Нысана (I) дөңгелек және (II және III) екі сақинадан құралған үш концентрлік дөңгелектен тұрады. I,II және III аймақтарға түсу ықтималдықтары сәйкесінше 0,45; 0,30; 0,15. Оның нысанаға тию ықтималдығын анықтаңдар.

Мысал.Университеттің сырттай оқу бөліміне бақылау жұмыстары А,В және С қалаларынан келіп түседі. Олардың А қаласынан келу ықтималдығы 0,6; В қаласынан келу ықтималдығы 0,1. кезекті жұмыстың С қаласынан келіп түсу ықтималдығын табыңдар.

Мысал.Екі ойын сүегі лақтырылған. Түскен сандардың қосындысы бестен артық болуы ықтималдығы қандай?

Сабақтың қортындылау кезеңі: 10 мин

- Білім алушылардың білімін бағалау.
- Үйге тапсырма беру.

№ 27сабақ

1.1. Сабақтың тақырыбы: Математикалық статистика элементтері.

Сағат саны: 2 сағ. **90 мин**

1.2. Сабақтың мақсаты:

- **оқыту:** Білім алушыларға кездейсоқ шама, таңдау әдістерінің элементтерімен таныстырап кездейсоқ шаманың сандық сипаттамаларын таңдамалар бойынша

есептер шығаруда қолданады үйрету.

- **тәрбиелік:** Білім алушыларды белгілі бір нәтижеге жету дағдыларын қалыптастыру.

1.3 Сабақтың міндеті: тақырып бойынша алған білімдерін есептер шығарудағы дағдыларын қалыптастыру.

Ұйымдастыру кезеңі: 5 мин

- сабақтың жұмыс ортасын ұйымдастыру
- сабақтың мақсаттары мен міндеттерін анықтау

Білім алушылардың өтілген тақырып бойынша білімін тексеру: 10 мин

1.4. Тақырыптың негізгі мәселелері:

- Кездейсоқ шама, таңдау әдістерінің элементтері.
- Дискретті және аралық вариациялық қатарлар.
- Кездейсоқ шаманың сандық сипаттамаларын таңдамалар бойынша бағалау.

Жаңа сабақты түсіндіру : 27 мин

Бас жиынтық және таңдама. Дискретті және аралық вариациялық қатарлар. Кездейсоқ шаманың сандық сипаттамаларын таңдамалар бойынша бағалау.

Бас жиынтық деп белгілі қасиеттерімен бірігетін барлық қарастырылып отырған объектілер жиыны. Мысалы. 1. Егер бір кәсіпорынды алатын болсақ, онда жеке жұмысшы объект болады да, ал кәсіпорынның барлық жұмысшылары бас жиындық болады.

Студенттердің жасаған телефон қоңырауларының санын зерттеу үшін, топта оқитын 25 студенттен сұхбат алынды. Студенттер жиынтығы - бас жиынтық, топта оқитын 25 студент - таңдама .

Кездейсоқ алынған объектілердің жиынын таңдама дейміз. Таңдамаларға жататын жиынды бас жиын дейміз. Таңдаманың (бас жиынның) көлемі деп сол жиынындағы объектілер немесе бақылаулар саны. Мысалы. Егер 1000 лампаны тексеру үшін 100 лампыны бөліп алын- са, онда бас жиынның көлемі N= 1000, ал таңдамалы жиындығының көлемі n= 100.

Мысал.

$x_1, x_1, x_2, x_3, \ldots, x_k$ қатарын қарастырайық. Мұнда x_1 вариантасы n_1 рет, x_2 вариантасы n_2 рет, x_3 вариантасы n_3 рет берілсін және т.с.с.

Сонда n саны (мұндағы $n = n_1 + n_2 + n_3 + \ldots + n_k$) вариант көлемі болып табылады.

n_i мәні - x_i вариантасының жиілігі, ал $\frac{n_i}{n}$ -салыстырмалы жиіліктің саны.

Төмендегі кесте жиіліктің статистикалық қатарын береді:

Варианта	x_1	x_2	...	x_k
Варианта жиілігі	n_1	n_2	...	n_k

(*)

Салыстырмалы жиілігі берілген вариантаның кестесін құрастыру:

x_i варианта	x_1	x_2	...	x_k
$\frac{n_i}{n}$ салыстырмалы жиілігі	$\frac{n_1}{n}$	$\frac{n_2}{n}$	...	$\frac{n_k}{n}$

(**)

(**)- кестені салыстырмалы жиіліктің вариациялық қатары деп аталады.

2-мысал. 1, 3, 4, 2, 1, 3, 5, 3, 3, 4, 4, 5, 4, 1, 1, 2, 2, 3, 1, 4, 3, 5, 3, 5, 2, 1 сандар қатары берілген. Таңдама көлемін, таңдама варианталарын табыңдар; жиіліктің және салыстырмалы жиіліктің вариациялық қатарын құрастырыңдар; жиілік полигонын салыңдар.

Шешуі: Таңдама көлемі: n=25.

Варианта	1	2	3	4	5
Варианта жиілігі	6	4	6	5	4
Таңдау көлемі	25	25	25	25	25
Салыстырмалы жиілік	0,24	0,16	0,24	0,2	0,6

Жиіліктің вариациялық қатары төмендегі кесте көрсетілген.

Варианта	1	2	3	4	5
Варианта жиілігі	6	4	6	5	4

Жиілік полигонын саламыз.



Вариация өлшемі деп белгінің ауытқушылығын көрсететін абсолюттік және қатысты көрсеткіштерді айтады. Вариация коэффициенті – бұл вариациялық қатардың өзгергіштігінің салыс - тырмалы өлшемі. Вариация коэффициенті (С) –орта квадраттық ауытқудың орта арифметикалық шамаға пайыздық қатынасы тең: Вариациялық ауқымды - белгі мәнінің үлкені және кішісі арасындағы әртүрлілігі Жиынтықтағы варианталарды зерттеу үшін, оларды вариациялық қатарлар ретінде жазады. Вариациялық қатардағы ең көп кездесетін вариантаны мода деп аталады. Вариациялық қатардың ортасында орналасқан варианта медиана деп аталады.

1.5. Иллюстрациялы материалдар: оқулықпен жұмыс.

Жаңа тақырыпты бекіту. 9 мин

- Бас жиынтық және таңдама дегеніміз не?
- Вариация өлшемі деп неге айтамыз?

- Дисперсияның қасиеттері.

1.6.Қосымша 1

1.7.Бақылау есептері: 31 мин

Мысал Құрылма тәуелсіз істейтін үш элементтен тұрады. Әрбір элементтің әрбір сынақта істен шығу ықтималдығы 0,1. Бұл сынақта істен шығатын элементтер саны Х-тің үлестірім заңын жазыңыз.

Мысал. Қалада 4 комерциялық банк бар. Олардың әрқайсысының бір жыл ішінде банкроттық қаупі 20%. Келесі жыл бойы банкротқа ұшырайтын банктердің санының үлестірім заңын құрастырыңыз.

Мысал Бақылау жұмысы 3 сұрақтан тұрады.Әр сұраққа жауаптың 4 нұсқасы берілген, олардың біреуі дұрыс. Қарапайым болжау арқылы дұрыс жауаптар санының үлестірім заңын жазыңыз. Математикалық күтім мен дисперсиясын табыңыз.

Мысал. Х дискретті кездейсоқ шаманың – тиынды екі рет лақтырғанда «елтаңба» жағымен көріну санының үлестірім заңын жазыңыз. кездейсоқ шамасы қандай заңмен үлестірілгенін анықтаңыз

Сабақтың қортындылау кезеңі: 4 мин

- Білім алушылардың білімін бағалау.
- Үйге тапсырма беру.

№ 28 сабақ

1.1. Сабақтың тақырыбы: Кездейсоқ шамалар.

Сағат саны: 3 сағ. **135 мин**

1.2. Сабақтың мақсаты:

- **оқыту:** Білім алушыларға кездейсоқ шама, таңдау әдістерінің элементтерімен таныстырап кездейсоқ шаманың сандық сипаттамаларын таңдамалар бойынша

есептер шығаруда қолданады үйрету.

- **тәрбиелік:** Білім алушыларды белгілі бір нәтижеге жету дағдыларын қалыптастыру.

1.3 Сабақтың міндеті: тақырып бойынша алған білімдерін есептер шығарудағы дағдыларын қалыптастыру.

Ұйымдастыру кезеңі: 10 мин

- сабақтың жұмыс ортасын ұйымдастыру
- сабақтың мақсаттары мен міндеттерін анықтау

Білім алушылардың өтілген тақырып бойынша білімін тексеру: 20 мин

1.4. Тақырыптың негізгі мәселелері:

Жаңа сабақты түсіндіру : 40 мин.

Дискретті және үздіксіз кездейсоқ шамалар. Дискретті кездейсоқ шамалардың сандық сипаттамалары. Дискретті кездейсоқ шамалардың үлестірім түрлері. Кездейсоқ шама, таңдау әдістерінің элементтері.

Анықтама: Алдын ала білесіз, тек тәжірибе нәтижесінде анықталатын бір мәнді шаманы **кездейсоқ шама** деп атайды

Тәжірибе жүргізу нәтижесінде А оқиғасының орындалуы немесе орындалмауы мүмкін. А – оқиғасы орындалса – 1 ге тең. Орындалмаған жағдайда – 0-ге тең. Кез келген А оқиғасының Х кездейсоқ шамасын шамасын қарастырайық.

Анықтама: Мәндері жеке дара тиянақты сандар болатын кездейсоқ шаманы дискретті кездейсоқ шама деп атайды

Анықтама: мәндері үзіліссіз белгілі бір $[a;b]$ кесіндісінде (мұндаға a <b, a және b тиянақты нақты сандар) орналасқан кездейсоқ шаманы үзіліссіз кездейсоқ шама деп аталады.

$x_1, x_2,.....x_n$ мәндері болатын Х дискретті шамасын қарастырайық. Әрбір мәннің болуы мүмкін, бірақ ақиқат емес. Х кездейсоқ шамасы $x_1, x_2,.....$ мәндері қандай да бір $p_1, p_2,.....p_n$ ықтималдарын қабылдайды.

Анықтама: Дискретті кездейсоқ шаманың мүмкін болатын мәндері және олардың ықтималдықтарының арасындағы сәйкестік берілген кездейсоқ шаманың таралу заңдылығы деп аталады.

Дискретті Х кездейсоқ шаманың таралу заңдылығын кестемен берген ыңғайлы.

X	x_1	x_2	.....	x_n
P	p_1	p_2	.....	p_n

Кестенің бірінші жолағында кездейсоқ шаманың барлық мүмкін болатын мәндері, ал екіншісінде олардың ықтималдықтары көрсетілген.

Мысал: 100 лотерея билеті шығарылған. Оның 40 билеті иесіне 50 теңгеден ,10 билеті 250 теңгеден, 5 билеті 500 теңгеден ұтыс әкеледі, ал қалған билеттері ұтыссыз. Бір билетке қандай орташа ұтыс сәйкес келеді.

Шешуі: Х кездейсоқ шаманың мәндері 0; 50;250;500 теңге десек, олардың ұтысықтималының сәйкесінше $\frac{45}{100};\frac{40}{100};\frac{10}{100};\frac{5}{100}$ болады.

Кесте бойынша:

X	0	50	250	500
P	0,45	0,4	0,1	0,05

Мысалы, қандайда бір ойыншы барлық 100 билетті сатып алса, онда ол 7000 теңге ұтар еді. Ал бір билеттің орташа ұтысы 70 теңге.(өйткені 7000/100=70),

сонда (0*45+50*40+250*10+500*5)/100=0*0,45+50*0,4+250*0,1+500*0,05

Жауабы: 70теңге.

Анықтама: Х кездейсоқ шамасы мәндерінің сәйкес ықтималдық мәндеріне көбейтінділерінің қосындысын Х кездейсоқ шаманың **математикалық күтімі** деп атайды. М(Х) деп белгіленеді.

$$M(X) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \ldots\ldots + x_{n-1} p_{n-1} + x_n p_n$$

Мысал. Аспапты жинау кезінде қажет тетікті дайындау үшін жағдайға байланысты 1,2,3,4,5,6,7 және 8 үлгі қолданылады.

X	1	2	3	4	5	6	7	8
p	0,05	0,08	0,09	0,1	0,3	0,2	0,12	0,06

20 аспапты жинау үшін қолданылатын үлгілер сандарының орташа мәні қандай болады?

Шешуі. 20 аспапты жинау үшін қолданылатын үлгілердің орташа мәнін анықтау үшін алдымен бір аспапқа қажетті орта мәнді анықтаймыз, кейін 20 көбейтеміз.

M(X) = 1*0,05+0,08+3*0,09+4*0,1+5*0,3+6*0,2+7*0,12+8*0,06= 4,9

Сонда, 4,9*20= 98 **Жауабы. 98**

Мысал. Тоғанда шамамен 10000 балық бар, оның 500-і сазан, тоғаннан 120 балық ауланды. Ауланған балықтар ішінде сазанның болу ықтималдығының математикалық күтімін анықтаңдар.

Шешуі. Сазанның түсу ықтималдығы: $P = \frac{500}{10000} = 0.05$ ауланған 120 балықтың арасында 0;1;2; .....; 120 сазан болуы мүмкін. Бернулли сызбасы бойынша математикалық күтім 120*0,05= 6 болады.

1.5. Иллюстрациялы материалдар: оқулықпен жумыс.

Жаңа тақырыпты бекіту. 25 мин

- Кездейсоқ шама дегеніміз?
- Математикалық күтім дегеніміз не?
- Дисперсияның қасиеттері.
- Математикалық күтімнің қасиеттері.

1.6.Қосымша 1

1.7.Бақылау есептері: 30 мин

Мысал. Нысана (I) дөңгелек және (II және III) екі сақинадан құралған үш концентрлік дөңгелектен тұрады. I,II және III аймақтарға түсу ықтималдықтары сәйкесінше 0,45; 0,30; 0,15. Оның нысанаға тию ықтималдығын анықтаңдар.

Мысал. Университеттің сырттай оқу бөліміне бақылау жұмыстары A,B және C қалаларынан келіп түседі. Олардың A қаласынан келу ықтималдығы 0,6; B қаласынан келу ықтималдығы 0,1. кезекті жұмыстың C қаласынан келіп түсу ықтималдығын табыңдар.

Мысал. Екі ойын сүегі лақтырылған. Түскен сандардың қосындысы бестен артық болуы ықтималдығы қандай?

Мысал. Таралу заңдылығы төмендегі кестеде берілген X дискретті кездейсоқ шаманың

X	4	6	10
p	0,2	0,3	0,5

X	0,21	0,54	0,61
p	0,1	0,5	0,4

Мысал. Кестедегі таралу заңдылығымен берілген X дискретті кездейсоқ шамасының дисперсиясы мен орташа квадраттық ауытқуды табыңыз:

X	4,3	5,1	10,6
p	0,2	0,3	0,5

X	131	140	160	180
p	0,0,5	0,10	0,25	0,60

Сабақтың қортындылау кезеңі: 10 мин

- Білім алушылардың білімін бағалау.
- Үйге тапсырма беру.

№ 29 сабақ

1.1. Сабақтың тақырыбы: Кездейсоқ шамалар.Математикалық статистика.

Сағат саны: 3 сағ. **135 мин**

1.2. Сабақтың мақсаты:

- **оқыту:** Білім алушыларға кездейсоқ шама, таңдау әдістерінің элементтерімен таныстырап кездейсоқ шаманың сандық сипаттамаларын таңдамалар бойынша

есептер шығаруда қолданады үйрету.

- **тәрбиелік:** Білім алушыларды белгілі бір нәтижеге жету дағдыларын қалыптастыру.

1.3 Сабақтың міндеті: тақырып бойынша алған білімдерін есептер шығарудағы дағдыларын қалыптастыру.

Ұйымдастыру кезеңі: 10 мин

- сабақтың жұмыс ортасын ұйымдастыру
- сабақтың мақсаттары мен міндеттерін анықтау

Білім алушылардың өтілген тақырып бойынша білімін тексеру: 20 мин

1.4. Тақырыптың негізгі мәселелері:

Жаңа сабақты түсіндіру : 40 мин.

Дискретті және үздіксіз кездейсоқ шамалар. Дискретті кездейсоқ шамалардың сандық сипаттамалары. Дискретті кездейсоқ шамалардың үлестірім түрлері. Кездейсоқ шама, таңдау әдістерінің элементтері.

Математикалық күтімнің қасиеттері.

1. Егер C – тұрақты болса, онда M(C) = C, M (CX) = CM (X)
2. егер X,Y,Z – кездейсоқ шамалар болса, онда

M (X+ Y +Z) =M(X)+M(Y)+ M(Z) болады.

Анықтама: X кездейсоқ шамамен M(X) математикалық күтімнің айырымы, яғни X- M(X) ауытқу деп аталады.

X- M(X) – ауытқуы мен оың квадраты $(X-M(X))^2$ кездейсоқ шамалар болып табылады.

Анықтама: Ауытқудың екінші дәрежесінің математикалық күтімі X кездейсоқ шамасының дисперсиясы деп аталады . D (X) – деп белгіленеді.

D (X) =M [X-M(X)] ^{2} дисперсияның формуласы.

Дисперсияның қасиеттері.

1. егер С- тұрақты болса, онда D (C) = 0, D (CX) =C^2 D (X);
2. D (X) = M(X^2)- M^2(X)
3. Х және У кездейсоқ шамалар болса, онда D (X +Y) = D (X)+D (Y)

Мысал. Дискретті кездейсоқ шама мына таралу заңдылығымен берілген.

Кездейсоқ шаманың дисперсиясын табыңдар

X	0	1	2	3	4
p	0,2	0,4	0,3	0,08	0,02

Шешуі: Алдымен математикалық күтімді M (X), содан соң M (X^2) есептейміз

M(X) =0*0,2+1*0,4+2*0,3+3*0,08+4*0,02=1,32

M(X^2) = 0*0,2+1*0,4+4*0,3+9*0,08+16*0,02=2,64

Формула бойынша: D (X) = M(X^2)- M^2(X) =2,64-1,7424=0,8976 **Жауабы:** 0,8976

Анықтама: Дисперсиядан алынған квадрат түбір орташа **квадраттық ауытқу** деп аталады. σ(X) – деп белгіленеді.

Анықтама бойынша орташа квадраттық ауытқу.

$$\sigma(X) = \sqrt{D(x)}$$

Мысал: шай пакеттерін бақылау өлшеуден төткізгеннен кейін алынған қорытынды мына кестеден берілген.

Салмақ	49,0	49,5	50,5	50,0	51,0
Тексерілген пакеттердің саны.	10	30	45	10	5

Пакет салмағының математикалық бағдарын, дисперсиясын және орташа квадраттық ауытқуын табыңдар.

Шешуі. Барлық тексерілген пакеттер саны – 100. ықтималдықтың анықтамасына сәйкес кестеде көрсетілген Х – тің мәндерінің сәйкес ықтималдықтары: 0,1; 0,3; 0,45; 0,1; 0,05

Сонда, M(X) =49*0,1+49,5*0,3+50*0,45+50,5*0,1+51*0,05= 49,85

M(X^2) = 49^2*0,1+$49,5^2$*0,3+50^2*0,45+$50,5^2$*0,1+51^2*0,05=2485,25

M(X) ^{2}=2485,0,225

D (X) = M(X^2)- M(X) ^{2}=0,2275

$$\sigma(X) = \sqrt{D(x)} = 0,47697$$

M(X) =49,85; D (X) =0,2275; σ(X) =0,477 Жауабы: 49,85; 0,2275; 0,477

№ 1.Екі мерген бір нысанаға атты. Бірінші мергеннің нысанаға тигізу ықтималдығы – 0,9, ал екіншісінікі – 0,8. Екі мергеннің де нысанаға дәл тигізу ықтималдығы қандай?

№ 2.Жәшікте 4 ақ және 7 қара шар бар. Жәшікке кері қайтарылмай екі шар кезекпен алынған. Бірінші шардың ақ, екінші шардың қара болуы ықтималдығы қандай?

1.5. Иллюстрациялы материалдар: оқулықпен жумыс.

Жаңа тақырыпты бекіту. 25 мин

- Кездейсоқ шама дегеніміз?
- Математикалық күтім дегеніміз не?
- Дисперсияның қасиеттері.
- Математикалық күтімнің қасиеттері.

1.6.Қосымша 1

1.7.Бақылау есептері: 30 мин

Мысал. Нысана (I) дөңгелек және (II және III) екі сақинадан құралған үш концентрлік дөңгелектен тұрады. I,II және III аймақтарға түсу ықтималдықтары сәйкесінше 0,45; 0,30; 0,15. Оның нысанаға тию ықтималдығын анықтаңдар.

Мысал. Университеттің сырттай оқу бөліміне бақылау жұмыстары A,B және C қалаларынан келіп түседі. Олардың А қаласынан келу ықтималдығы 0,6; В қаласынан келу ықтималдығы 0,1. кезекті жұмыстың С қаласынан келіп түсу ықтималдығын табыңдар.

Мысал. Екі ойын сүегі лақтырылған. Түскен сандардың қосындысы бестен артық болуы ықтималдығы қандай?

Мысал. Таралу заңдылығы төмендегі кестеде берілген X дискретті кездейсоқ шаманың

X	4	6	10
p	0,2	0,3	0,5

X	0,21	0,54	0,61
p	0,1	0,5	0,4

Мысал. Кестедегі таралу заңдылығымен берілген X дискретті кездейсоқ шамасының дисперсиясы мен орташа квадраттық ауытқуды табыңыз:

X	4,3	5,1	10,6
p	0,2	0,3	0,5

X	131	140	160	180
p	0,0,5	0,10	0,25	0,60

Сабақтың қортындылау кезеңі: 10 мин

- Білім алушылардың білімін бағалау.
- Үйге тапсырма беру.

№30 сабақ

1.1. Сабақтың тақырыбы: Стереометрия аксиомалары.

Сағат саны: 2 сағ. **90 мин**

1.2. Сабақтың мақсаты:

- **оқыту:** Білім алушыларға стереометрия аксиомаларын түсіндіру сонымен қатар түзулердің өзара орналасуын көрсету.
- **тәрбиелік:** Білім алушыларды белгілі бір нәтижеге жету дағдыларын қалыптастыру.
- **1.3.Сабақтың міндеті:** тақырып бойынша алған білімдерін сызба сызу дағдыларын қалыптастыру.

Ұйымдастыру кезеңі: 5 мин

- сабақтың жұмыс ортасын ұйымдастыру
- сабақтың мақсаттары мен міндеттерін анықтау

Білім алушылардың өтілген тақырып бойынша білімін тексеру: 14 мин

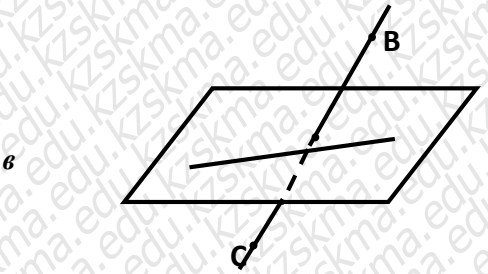
1.4. Тақырыптың негізгі мәселелері:

- Кеңістіктегі екі түзудің өзара орналасуы.
- Жазықтықтардың орналасуы.
- Стреометрияның аксиомалары.

Жаңа сабақты түсіндіру : 27 мин

Стереометрия аксиомалары және олардың салдарлары. Кеңістіктегі екі түзудің өзара орналасуы.

Нүкте, түзу және жазықтық- кеңістіктегі негізгі геометриялық фигуралар болады.



1 - сурет

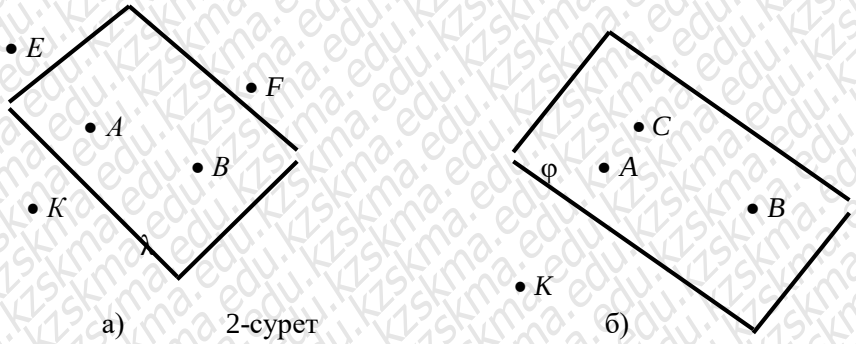
Кеңістіктегі жазықтықтықтар грек алфавитінің кіші әріптерімен белгіленеді; α,β,γ.

1 суретте α жазықтығы, *a* мен *в* түзулері және A, B , C нүктелері кескінделген. A нүктесі мен a түзуі жайлы олар α жазықтығында жатады немесе оған тиісті дейді. B мен C нүктелері және в түзуі жайлы олар α жазықтығында жатпайды немесе оған тиісті дейді.

Кеңістіктегі негізгі геометриялық фигураны- жазықтықты енгізу аксиомалар жүйесін кеңейтуді керек етеді. Кеңістіктегі жазықтықтықтардың негізгі қасиеттерін атап өтейік.

Аксиома 1. Қандай жазықтық алынса да онда жататын нүктелер және онда жатпайтын нүктелер бар болады. (2- сурет (а))

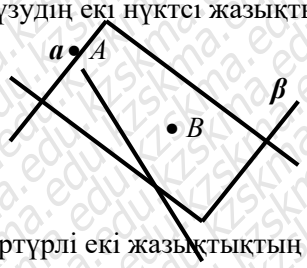
A нүктесі α жазықтығында жатады , ал B мен C нүктелері онда жатпайды.



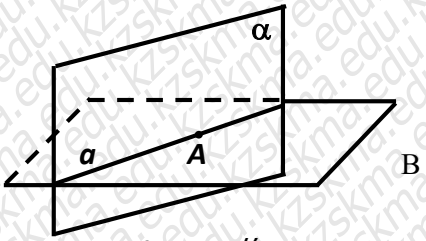
а) 2-сурет б)

Аксиома 2. бір түзуде жатпайтын кез келген үш нүкте арқылы бір ғана жазықтық жүргізуге болады. (2- сурет (б))

Аксиома 3. егер түзудің екі нүктсі жазықтықта жатса, онда түзу тұтасын осы жазықтықта жатады.



Аксиома 3. Егер әртүрлі екі жазықтықтың ортақ нүктесі бар болса, онда жазықтықтар осы нүкте арқылы өтетін түзу бойымен қиылысады.



4-суретте әртүрлі α мен β жазықтықтарының ортақ A нүктесі бар,ендеше аксиома-2 бойынша бұл жазықтықтардың әрқайсысында жататын түзу бар болады. Сонда қандай да бір нүкте екі жазықтыққа да тиісті болса, онда ол әлгі аталған *a* түзуінің бойында жатады. Бұл жағдайда α мен β жазықтықтары *a* түзуі бойынша қиылысатын жазықтықтар деп аталады.

Бұл аксиома планиметрия аксиомаларын толықтырады. Олардың бәрі геометрия аксиомаларының жүйесін құрайды. Осы аксиомаларды пайдаланып, стреометрияның алғашқы бірнеше теоремаларын дәлелдеуге болады.

Теорема 1. Түзу мен оның бойында жатпайтын нүкте арқылы бір және тек бір ғана жазықтық жүргізуге болады..

Теорема 2. Егер түзудің екі нүктесі бір жазықтықта жататын болса, онда бүкіл түзу де сол жазықтықта болады.

Теорема 3. Бір түзудің бойында жатпайтын үш нүкте арқылы бір және тек бір ғана жазықтық жүргізуге болады.

Мысал 1. α жазықтығы берілген. α жазықтығында жатпайтын және оны қиып өтетін түзудің бар екенін дәлелдеу керек.

Шешуі: α жазықтығында А нүктесін алайық, бұл аксиома 1 бойынша мүмкін. Дәл сол аксиома бойынша α жазықтығында жатпайтын В нүүктесі бар болады. А мен В нүктелері арқылы түзу жүргізуге болады. АВ түзуі α жазықтығында жатпайды және ол жазықтықты қиып (А нүктесінде) өтеді.

Кеңістіктегі параллель түзулер мен олардың қасиеттері жазықтықтағы сәйкес анықтамалар мен қасиеттер сияқты. Сонымен қатар кеңістікте түзулердің орналасуының тағы бір жағдайы бар: ол – айқас түзулер. Қиылыспайтын және бір жазықтықтың бойында жатпайтын түзулер айқас түзулер деп аталады.

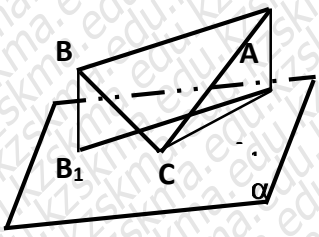
Айқас түзулер арасындағы бұрыш деп олар параллель қиылысатын сәйкес түзулердің арасындағы бұрыш аталады.

Айқас екі түзудің ортақ перпендикуляры деп олардың әрқайсысына перпендикуляр болатын, шеттері осы түзулерде жататын кесінді аталады.

Айқас түзулердің арақашықтығы деп олардың ортақ перпендикулярының ұзындығы аталады.

Қиылыспайтын, яғни ортақ нүктелері жоқ түзу мен жазықтық параллель деп аталады. Егер *a* түзуі α жазықтығына параллель болса, онда бұл жайды былай жазады: $a \amalg \alpha$.

Теорема 4. Егер жазықтықтың бойында жатпайтын түзу сол жазықтықта жататтын қандай да бір түзуге параллель болса, онда ол жазықтықтың өзінде де параллель болады. (түзу мен жазықтықтың параллельдік белгісі).



Жазықтықтар, , ıраллель проекциялау және оның қасиеті.

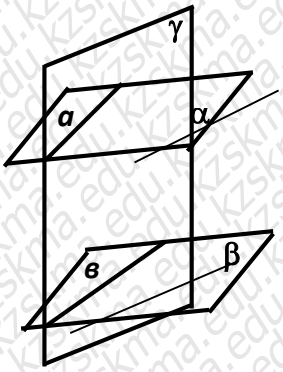
Екі жазықтықтың параллельдігі туралы, жазықтықтардың параллельдігін және параллель проекциялау түсінігін, проекциялаудың қасиеттері, сонымен қатар кеңістіктегі фигураларды жазықтыққа бейнелеуді үйрету.Түзу мен жазықтықтың перпендикулярлығын, перпендикулярлық белгісі туралы үйрету.

Қиылыспайтын екі жазықтық параллель жазықтықтар деп аталады.

Теорема 5. Біреуі екіншісінде жатқан қиылысатын екі түзуге параллель болатындай екі жазықтық өзара параллель болады. (екі жазықтықтың параллельдік белгісі).

Теорема 6. Берілген жазықтықта жатпайтын нүкте арқылы жазықтыққа параллель бір және тек бір ғана жазықтық жүргізуге болады.

Теорема 7. Егер параллель екі жазықтық үшінші жазықтықпен қиылысатын болса, онда қиылысу түзулері параллель болады.



Теорема 8. Параллель түзулердің параллель екі жазықтық арасындағы кесінділері өзара тең.

Жазықтықты қиып өтетін түзу, егер ол жазықтықпен қиылысу нүктесі арқылы өтеін жазықтыққа кез келген түзуге перпендикуляр болса, онда осы жазықтыққа перпендикуляр деп аталады.

1.5. Иллюстрациялы материалдар: оқулықпен жұмыс.

Жаңа тақырыпты бекіту. 9 мин

- Стреометрия дегеніміз не?
- Стреометрияның қанша аксиомалары бар?
- Негізгі фигуралар болып нелер саналады?
- Жазықтық деп неге айтамыз?
- Нүктелер қандай әріптермен белгіленеді?

1.6.Қосымша 1

1.7.Бақылау есептері: 31 мин

Келесі жағдайларды суретте бейнелеп көрсетіңіз.

1) a мен b түзулері α жазықтығында жатқан A нүктесі арқылы өтеді;

2) a түзуі α жазықтығында жатады, ал b түзуі α жазықтығында жатпайды.

1-мысал. Бір жазықтықта жатпайтын төрт нүкте берілген, олардың кез келген үшеуі бір түзуде жатпайтынын дәлелдеңдер.

2-мысал. Берілген үш нүкте қос –қостан кесінділермен қосылған,кесінділердің бір жазықтықта жататынын дәлелдеу керек.

3- мысал. Үш түзу бір нүкте арұылы өтеді, олардың әрбір екеуі арқылы жазықтық жүргізілген, барлығы қанша жазықтық жүргізілген?

4- мысал. Егер шеңбердің екі нүктесі жазықтықта жатса, онда шеңбер тұтасымен осы жазықтықта жатама?

Сабақтың қортындылау кезеңі: 4 мин

- Білім алушылардың білімін бағалау.
- Үйге тапсырма беру.

№31 сабақ

1.1. Сабақтың тақырыбы: Кеңістіктегі бұрыштар. **Сағат саны:** 3 сағ. **135 мин**

1.2. Сабақтың мақсаты:

- **оқыту:** Білім алушыларға жазық фигураның жазықтықтағы ортогональ проекциясы және оның ауданын есептеу формуласымен есептер шығаруда қолданады үйрету.
- **тәрбиелік:** Білім алушыларды белгілі бір нәтижеге жету дағдыларын қалыптастыру.

1.3 Сабақтың міндеті: тақырып бойынша алған білімдерін сызба сызу дағдыларын қалыптастыру.

Ұйымдастыру кезеңі: 10 мин

- сабақтың жұмыс ортасын ұйымдастыру
- сабақтың мақсаттары мен міндеттерін анықтау

Білім алушылардың өтілген тақырып бойынша білімін тексеру: 20 мин

1.4. Тақырыптың негізгі мәселелері:

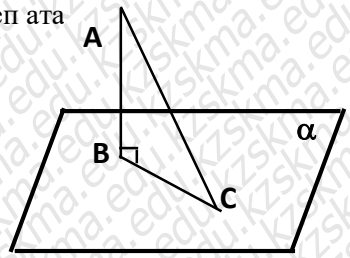
- ортогональ проекцияның параллель проекцияның түрі екенін түсіну;
- ортогональ проекцияның қасиеттерін білу және түсіну;
- ортогональ проекцияларды қажетті сызбаны дұрыс салу;

Жаңа сабақты түсіндіру : 40 мин

Кеңістіктегі түзулер арасындағы бұрыш. Перпендикуляр және көлбеу. Түзу мен жазықтықтың перпендикулярлығы. Түзу мен жазықтық арасындағы бұрыш. Үш перпендикуляр туралы теорема.

Берілген нүктеден берілген жазықтыққа түсірілген перпендикуляр деп берілген нүктені жазықтыққа перпендикуляр түзудің бойымен жазықтықтың нүктесімен қосатын кесінді аталады. Бұл кесіндінің жазықтықта жатқан шеті перпендикулярдың **табаны** деп аталады. Нүктеден жазықтыққа дейінге қашықтық деп, сол нүктеден жазықтыққа түсірілген перпендикулярдың ұзындығы аталады. Берілген нүктеден берілген жазықтыққа жүргізілген **көлбеу** деп берілген нүктені жазықтықтың нүктесімен қосатын және жазықтыққа перпендикуляр емес кез келген кесінді аталады. Бұл кесіндінің жазықтықта жатқан шеті **көлбеудің табаны** деп аталады. Бір ғана нүктеден жазықтыққа жүргізілген перпендикуляр мен көлбеудің табандарын қосатын кесінді көлбеудің жазықтықтағы **проекциясы** деп ата

5-сурет

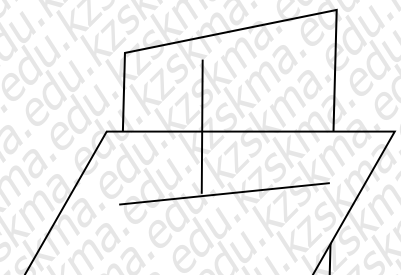


5 суретте А нүктесінен α жазықтығына АВ перпендикуляры мен АС көлбеуі жүргізілген. В нүктесі – перпендикулярдың табаны, С нүктесі – көлбеудің табаны, ВС – АС көлбеудің α жазықтығындағы проекциясы.

Теорема 1. Жазықтықта көлбеудің табаны арқылы оның проекциясына перпендикуляр жүргізілген түзу көлбеудің өзіне де перпендикуляр болады. Және, керісінше: егер жазықтықтағы түзу жазықтықтың көлбеуіне перпендикуляр болса, онда ол көлбеудің жазықтықтағы проекциясына да перпендикуляр болады (үш перпендикуляр туралы).

Теорема 1. Егер жазықтық басқа бір жазықтыққа перпендикуляр түзу арқылы өтетін болса, онда осы жазықтықтар перпендикуляр болады. (жазықтықтардың перпендикулярлық белгісі).

3-сурет

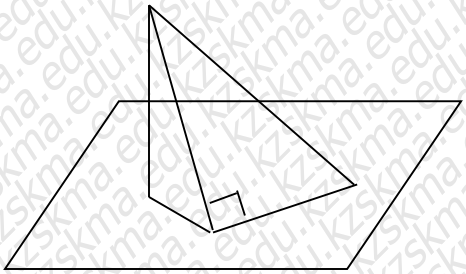


3 суретте β жазықтығы $a\perp\alpha$ түзуі арқылы өтеді, яғни теорема 2 бойынша α мен β жазықтықтары перпендикуляр.

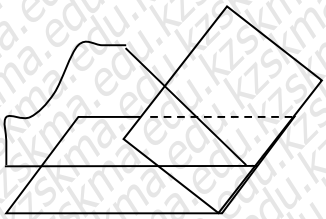
Теорема 3. Егер түзу өзара перпендикуляр екі жазықтықтың біреуінде жатып, олардың қиылысу түзуіне перпендикуляр, онда ол түзу екі жазықтыққа перпендикуляр.

Өздерін шектейтін ортақ түзуі бар екі жарты жазықтықтан құралған фигура **екі жақты бұрыш** деп аталады.

Жарты жазықтықтар екі жақты бұрыштың жақтары деп аталады, ал олардың шектейтін түзу қыры деп аталады.



4-сурет



5-сурет

5 суретте қыры a түзуі, жақтары бойынша α мен β жартыжазықтықтары болатын екі жақты бұрыш кескінделген.

Екіжақты бұрыштың қырына перпендикуляр жазықтық оның жақтарын екі жарты түзу бойымен қияды. Осы жарты түзулер (ортақ нүктеден бастаталатын) құрайтын бұрыш екі жақты бұрыштың сызықтық бұрышы деп аталады. Екі жақты бұрыштың өлшемі ретінде оған сәйкес сызықтық бұрыштың өлшемі қабылданады. Егер жақты бұрыштың a қырының А нүктесі арқылы қырына перпендикуляр γ жазықтығын жүргізсек, онда ол α және β жазықтықтарын с мен d жартытүзулер бойымен қияды. (5-сурет). $\angle(cd)$ - берілген екі жақты бұрыштың сызықтық бұрышы. Осы бұрыштың градустық мөлшері екі жақты бұрыштың градустық мөлшері болады. Екіжақты бұрыштың өлшемі сызықтық бұрышты таңдап алуға байланысты емес.

1.5. Иллюстрациялы материалдар: презентация

Жаңа тақырыпты бекіту. 25 мин

- Жаңа тақырып бойынша сұрақтар:
- Ортогональ проекциялау.
- Перпендикуляр және көлбеу дегеніміз не?
- Түзу мен жазықтық арасындағы бұрыш.

1.6.Қосымша 1

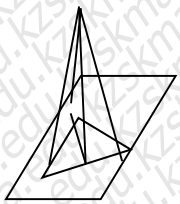
1.7.Бақылау есептері: 30 мин

Мысал 2. Тік бұрышы $\angle ACB$ болатын және АС катеті α жазықтығында жататын АВС үшбұрышы α жазықтығымен 45^0-қа тең бұрыш жасайды. Егер АС=20 см және АВ:ВС=3:1 болса, В төбесінен α жазықтығына дейінгі қашықтықты табу керек.

Шешуі: Шарт бойынша АВ:ВС=3:1 АС=20 см, сондықтан ВС=х, АВ=3х деп белгілеп, Пифагор теоремасы бойынша ΔABC -дан $(3x)^2 = 20^2 + x^2$ теңдеуін аламыз. Бұдан $x^2 = 50$, яғни

$BC^2 = 50$. В нүктесіне $BE \perp \alpha$ перпендикулярын жүргіземіз, Е мен С нүктелерін қосамыз. Үш перпендикуляр туралы теорема бойынша $AC \perp CE$, өйткені $AC \perp BC$. Демек, $\angle BCE$ - шарт бойынша 45^0-қа тең екі жақты бұрыштың сызықтық бұрышы, ΔCBE -нан $\angle BCE = 45^0$, $\angle BCE = 90^0$, сондықтан ВЕ=СЕ, яғни $2BE^2 = BC^2$ бұдан $2BE^2 = 50 \Rightarrow BE = 5\,см$.

Мысал 1. Тікбұрышты АВС үшбұрышының катеттері 15-см-ге және 20 см-ге тең. Тік бұрыштың С төбесінен үшбұрыш жазықтығына CD 35-см перпендикуляры жүргізілген. D нүктесінен АВ гипотенузасына дейінгі қашықтықты табу керек.



Сабақтың қортындылау кезеңі: 10 мин

- Білім алушылардың білімін бағалау.
- Үйге тапсырма беру.

№32 сабақ

1.1. Сабақтың тақырыбы: Жазықтықтардың перпендикулярлығы.

Сағат саны: 3 сағ. **135 мин**

1.2. Сабақтың мақсаты:

- **оқыту:** Білім алушыларға жазықтықтардың перпендикулярлығын сызып көрсету.
- **тәрбиелік:** Білім алушыларды белгілі бір нәтижеге жету дағдыларын қалыптастыру.

1.3.Сабақтың міндеті: тақырып бойынша алған білімдерін сызба сызу дағдыларын қалыптастыру.

Ұйымдастыру кезеңі: 10 мин

- сабақтың жұмыс ортасын ұйымдастыру
- сабақтың мақсаттары мен міндеттерін анықтау

Білім алушылардың өтілген тақырып бойынша білімін тексеру: 20 мин

1.4. Тақырыптың негізгі мәселелері:

- ортогональ проекцияның параллель проекцияның түрі екенін түсіну;
- ортогональ проекцияның қасиеттерін білу және түсіну;
- Жазықтықтардың перпендикулярлығы.

Жаңа сабақты түсіндіру : 40 мин

Жазық фигураның жазықтықтағы ортогональ проекциясы және оның ауданы. Техника-технологиялық бағыт бойынша есептерде кеңістіктегі түзу мен жазықтықтың перпендикулярлығын қолдану.

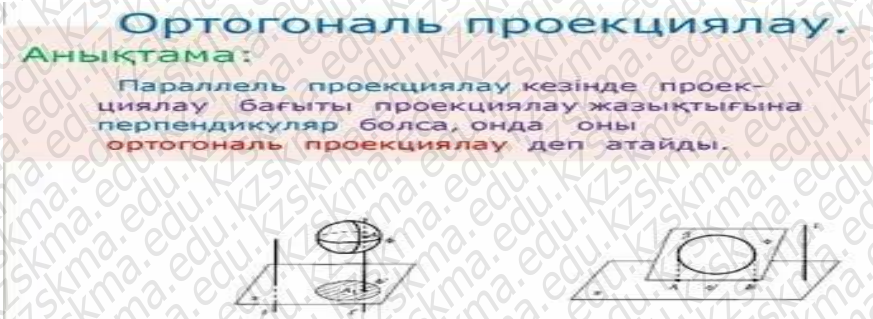
Проекциялау деп жазықтықта (қағазда, экранда, дәптерде) нәрсенің кескінін салу процесін айтады. Бұл жағдайда алынған кескінді проекция дейміз «Проекция» дегеніміз латын сөзі, «алдыға лақтыру» деген мағынаны білдіреді. Электр шамының алдында қандай да бір затты орналастырайық сонда оның қабырғада пайда болған көлеңкесін нәрсенің проекциясы деп айтуға болады.

Кеңістіктік фигураларды жазықтыққа кескіндеу үшін параллель проекциялауды пайдаланады. Фигураны кескіндеудің осы тәсілі: Кеңістікте F фигурасы мен α жазықтығы берілсін, α жазықтығын қиятын l түзуін аламыз. F фигурасының әрбір нүктесінен l түзуіне параллель түзулер жүргіземіз. Бұл түзулер π жазықтығымен қиылысқанда, F' жазық фигурасы шығады.

Жазық F фигурасы l түзуіне параллель проекциялаудан алынған F фигурасының π жазықтығындағы проекциясы деп аталады. Мұндағы l түзуі – проекциялаушы түзу, π – проекция жазықтығы.

Анықтама. Проекциялау жазықтығына перпендикуляр түзу бағытында параллель проекциялауды ***ортогональ проекциялау*** деп атайды. Ортогональ проекциялау параллель проекциялаудың бір түрі болғандықтан, ол параллель проекциялаудың барлық қасиеттеріне ие

болады.Тікбұрышты проекциялау (ортогональ проекциялау) – параллель проекциялау түрлерінің бірі.



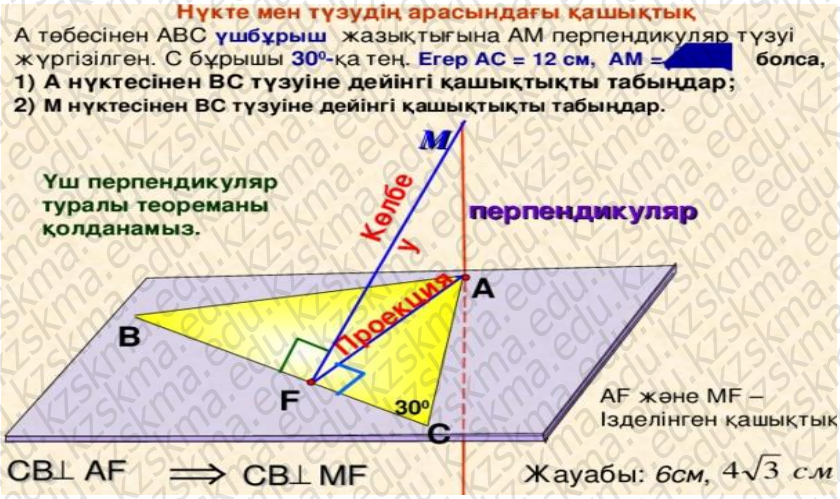
Анықтама.Берілген нүктеден берілген жазықтыққа түсірілген перпендикуляр деп берілген нүкте мен жазықтықты қосатын және осы жазықтыққа перпендикуляр түзудің бойында жататын кесіндіні айтады.

Анықтама.Бір ұшы жазықтықта жататын және жазықтыққа перпендикуляр болмайтын кесіндіні жазықтыққа көлбеу деп айтады.

[BC] -- көлбеу, C нүктесі көлбеудің табаны.

Перпендикуляр мен көлбеудің табандарын қосатын кесіндіні көлбеудің проекциясы деп атайды. [AC] - көлбеудің проекциясы.

[AB] - перпендикуляр, A - нүктесі перпендикулярдың табаны



1.5. Иллюстрациялы материалдар: презентация

Жаңа тақырыпты бекіту. 25 мин

- Үш перпендикуляр туралы теорема дегеніміз не?
- Перпендикуляр дегеніміз не?
- Ортогональ проекциялау дегеніміз не?
- Нүкте мен түзудің ара қашықтығының формуласын жазыңыз.

1.6.Қосымша 1

1.7.Бақылау есептері: 30 мин

$S_{пр.} = S \cdot \cos\varphi$ ортогональ проекциялаудың ауданын табу формуласы.

Мысал: А нүктесінен берілген жазықтыққа А A_1 пераендикуляр және АВ көлбеу жүргізілген. Егер АВ 37см, AA_1 35см болса онда АВ кесіндінің ортогональ проекциясын табыңыз.

Мысал: Қабырғасы 8см болатын тең қабырғалы үшбұрыштың үшбұрыш жазықтығымен 30^0 бұрыш жасайтын жазықтыққа ортогональ проекцияның ауданын табыңыз.

Сабақтың қортындылау кезеңі: 10 мин

- Білім алушылардың білімін бағалау.
- Үйге тапсырма беру.

№33 сабақ

1.1. Сабақтың тақырыбы: Кеңістіктегі векторлар.
Сағат саны: 2 сағ. **90 мин**

1.2. Сабақтың мақсаты:

- **оқыту:** Білім алушыларға вектордың ұзындығының, векторлардың арасындағы бұрыштың және екі нүкте арақашықтығының формулаларын үйрету.
- **тәрбиелік:** Білім алушыларды белгілі бір нәтижеге жету дағдыларын қалыптастыру.

1.3.Сабақтың міндеті: тақырып бойынша алған білімін мамандықтарында қолданатын дағдыларын дамыту.

Ұйымдастыру кезеңі: 5 мин

- сабақтың жұмыс ортасын ұйымдастыру
- сабақтың мақсаттары мен міндеттерін анықтау

Білім алушылардың өтілген тақырып бойынша білімін тексеру: 14 мин

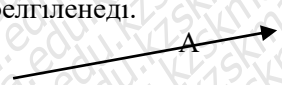
1.4. Тақырыптың негізгі мәселелері:

- Кеңістіктегі векторлар.
- Коллинеар мен компланар векторлар.
- Кеңістіктегі тікбұрышты координаталар жүйесі.

Жаңа сабақты түсіндіру : 27 мин.

Кеңістіктегі векторлар және оларға қолданылатын амалдар. Коллинеар мен компланар векторлар. Кеңістіктегі тікбұрышты координаталар жүйесі.

Анықтама: Бағытталған кесінді **вектор** деп аталады.Беттеспейтін А және В нүктелері арқылы берілген вектор $\vec{AB}$ символвмен белгіленеді.
А нүктесі вектордың басы,ал В нүктесі вектордың соңы деп белгіленеді.



Анықтама: Ажәне В нүктелерінің ара қашықтығы $\vec{AB}$ векторының **ұзындығы немесе модулі** деп аталады да, былай белгіленеді $\left|\vec{AB}\right|$. Жалпы векторларды латынның бір кіші әріптерімен де белгілеуге болады, яғни $\vec{a},\vec{в},.....,\vec{x}$

Анықтама: $\vec{AB}$ векторының басы мен соңғы нүктелері беттесетін болса, онда оны *нөлдік вектор* деп аталады.Модульдары тең екі қарама – қарсы векторлардың қосындысы нөлдік векторлар деп аталады. $\vec{a}+\left(-\vec{a}\right)=0$

Анықтама: бір түзу бойында немесе параллель түзулерде жататын екі вектор *коллинеар векторлар* деп аталады. Нөлдік вектор кез- келген векторға коллинеар болады.
Бағыттары бірдей екі векторды **бағыттас** векторлар деп аталады және былай белгіленеді. $\left(\vec{a}\uparrow\uparrow\vec{в}\right)$Бағыттары қарама – қарсы бағытталған екі вектор **қарама – қарсы** векторлар деп аталады және былай белгіленеді. $\left(\vec{a}\uparrow\downarrow\vec{в}\right)$

Анықтама: бағыттас және модулдері тең екі вектор тең векторлар деп аталады және былай белгіленеді $\vec{a}=\vec{в}$, яғни, егер $\vec{a}\uparrow\uparrow\vec{в}$ және $\left|\vec{a}\right|=\left|\vec{d}\right|$ болса, онда $\vec{a}=\vec{d}$

Векторларды жіктеу.

Анықтама. Егер үш векторды бейнелейтін бағытталған кесінділері бір жазықтықта жатса немесе бір жазықтыққа параллель болса онда олар **компланар** векторлар деп аталады.

Анықтама. Егер үш векторды бейнелейтін бағытталған кесінділер бір жазықтықта жатпаса немесе бір жазықтыққа паралелль болмаса онда олар **компланар емес** векторлар деп аталады.

1.5. Иллюстрациялы материалдар: презентация

Жаңа тақырыпты бекіту. 9 мин

- Вектор деген не?
- Вектордың қандай түрлері бар?
- Векторларға амалдар қолдану.
- Вектордың ұзындығы дегеніміз не?

1.6.Қосымша 1

1.7.Бақылау есептері: 31 мин

Мысал: 1) Параллелограмның қабырғалары неше әртүрлі векторларды құрайды? Сызбасын сызып көрсетіңіз.

2) Кеңістіктегі векторларды сызыңыз. A= (1,1,1) A= (3,2,1) A= (-3,-2,4)
B=(0,0,0) B=(0,0,0) B=(0,0,0) C=(1,2,3)

3) $ABCA_1B_1C_1$ үшбұрышты призмасында төбелері арқылы AA_1 векторына тең векторларды сызып көрсетіңіз.

Сабақтың қортындылау кезеңі: 4 мин

- Білім алушылардың білімін бағалау.
- Үйге тапсырма беру.

№34 сабақ

1.1. Сабақтың тақырыбы: Кеңістіктегі вектордың координаталары.

Сағат саны: 3 сағ. **135 мин**

1.2. Сабақтың мақсаты:

- **оқыту:** Білім алушыларға координатасымен берілген векторларды қосу және азайту, координатасымен берілген векторды санға көбейту формулаларын үйрету.
- **тәрбиелік:** Білім алушыларды белгілі бір нәтижеге жету дағдыларын қалыптастыру.

1.3.Сабақтың міндеті: тақырып бойынша алған білімін мамандықтарында қолданатын дағдыларын дамыту.

Ұйымдастыру кезеңі: 10 мин

- сабақтың жұмыс ортасын ұйымдастыру
- сабақтың мақсаттары мен міндеттерін анықтау

Білім алушылардың өтілген тақырып бойынша білімін тексеру: 20 мин

1.4. Тақырыптың негізгі мәселелері:

- Векторларға амалдар қолдану.
- Координатасымен берілген векторды санға көбейту.
- Кеңістіктегі тікбұрышты координаталар жүйесі.

Жаңа сабақты түсіндіру : 40 мин

Координатасымен берілген векторларды қосу және азайту, координатасымен берілген векторды санға көбейту.

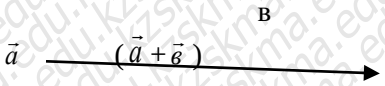
Векторларға амалдар қолдану.

Анықтама: $\vec{a}$ (a_1,a_2,a_3) және $\vec{в}$ (b_1,b_2,b_3) векторларының **қосындысы** деп $(a_{1+}\ b_1,\ a_{2+}\ b_2,\ a_{3+}\ b_3)$ координаталары болатын $\vec{a}+\vec{в}$ векторын айтады.

Әрбір векторлар үшін мына теңдіктер орындалады.

1. $\vec{a}+\vec{0}=\vec{a}$
2. $\vec{a}+\vec{в}=\vec{в}+\vec{a}$ (қосудың ауыстырымдылық заңы)
3. $\vec{a}+\vec{в}+\vec{c}=(\vec{a}+\vec{в})+\vec{c}=a+(\vec{в}+\vec{c})$ (қосудың терімділік заңы)





Анықтама: $\vec{a}$ мен $\vec{в}$ векторларының айырымы деп $\vec{в}$ векторымен қосылып $\vec{a}$ векторын беретін үшінші бір $\vec{c}$ векторын айтады. $\vec{a}$ (a_1,a_2,a_3) және $\vec{в}$ (b_1,b_2,b_3) болса, онда
(a_1-b_1, a_2-b_2, a_3-b_3), $\vec{a}-\vec{в}=\vec{c}$

$\vec{c}$ векторы $\vec{a}$ және $\vec{в}$ айырымы деп аталады,егер $\vec{c}+\vec{в}=\vec{a}$. $\vec{a}$ векторынан $\vec{в}$ векторын шегеру үшін, $\vec{a}$ векторына , қарама - қарсы $\vec{в}$ векторын қосса жеткілікті, яғни $\vec{a}-\vec{в}=\vec{a}+(-\vec{в})$ а в а



Анықтама: $\vec{a}$ (a_1,a_2,a_3) векторының к санына көбейтіндісі деп $к\cdot\vec{a}=(к\cdot a_1 к\cdot a_2 к\cdot a_3)$ векторын айтамыз.

$к\cdot(\vec{a}+\vec{ь})=к\cdot\vec{a}+к\cdot\vec{ь}$ мұндағы

$(м+п)\cdot\vec{a}=м\cdot\vec{a}+п\cdot\vec{a}$

1.5. Иллюстрациялы материалдар: презентация

Жаңа тақырыпты бекіту. 25 мин

- **1.6.Қосымша 1** Радиус-вектор ұзындығының формуласы қандай?
- Екі вектордың скаляр көбейтіндісі дегеніміз не?
- Скалярлық көбейтіндінің негізгі қасиеттерін атаңыз.
- Екі вектордың арасындағы бұрышты қандай формуламен анықтауға болады?

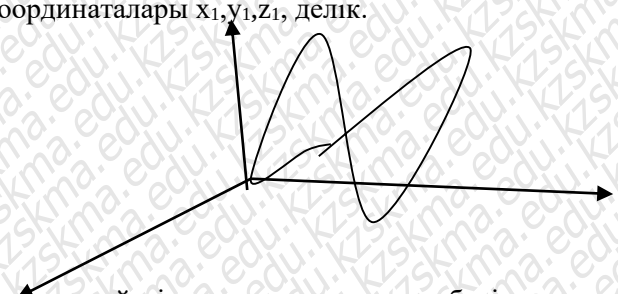
1.6.Қосымша 1

1.7.Бақылау есептері: 30 мин

Теорема: Координаталар басын А(a_1,a_2,a_3) нүктесіне көшіретін параллель көшіру кез келген X(x,y,z) нүктесін X_1(x+a_1,y+a_2, z+a_3) нүктесіне көшіреді.

Дәлелдеу: XX_1 векторы = OA векторына6 сондықтан O, A, X,X_1 нүктелері параллелограмның төбелері немесе бәрі бір түзудің бойында жатады. Екі жағдайда да AX кесіндінің ортасы OX_1 кесіндінің ортасымен беттеседі. X_1 нүктесінің координаталары x_1,y_1,z_1, делік.

Сонда $\frac{a_1+x}{2}=\frac{0+x_1}{2}$, $\frac{a_2+y}{2}=\frac{0+y_1}{2}$, $\frac{a_3+z}{2}=\frac{0+z_1}{2}$ бұдан $x_1=x+a_1$, $y_1=y+a_2$, $z_1=z+a_3$



Мысал: Кеңістіктегі тікбұрышты координаталар жүйесінде координаталары берілген келесі нүктелерді кескіндеңіз. (1,2,3); (2,-1,1);(-1,3,2).

Сабақтың қортындылау кезеңі: 10 мин

- Білім алушылардың білімін бағалау.
- Үйге тапсырма беру.

№35 сабақ

1.1. Сабақтың тақырыбы: Векторлардың скалярлық көбейтіндісі.

Сағат саны: 3 сағ. **135 мин**

1.2. Сабақтың мақсаты:

- **оқыту:** Білім алушыларға координатасымен берілген векторларды қосу және азайту, координатасымен берілген векторды санға көбейту формулаларын үйрету.
- **тәрбиелік:** Білім алушыларды белгілі бір нәтижеге жету дағдыларын қалыптастыру.

1.3.Сабақтың міндеті: тақырып бойынша алған білімін мамандықтарында қолданатын дағдыларын дамыту.

Ұйымдастыру кезеңі: 10 мин

- сабақтың жұмыс ортасын ұйымдастыру
- сабақтың мақсаттары мен міндеттерін анықтау

Білім алушылардың өтілген тақырып бойынша білімін тексеру: 20 мин

1.4. Тақырыптың негізгі мәселелері:

- Векторларға амалдар қолдану.
- Координатасымен берілген векторды санға көбейту.
- Векторлардың скалярлық көбейтіндісі.

Жаңа сабақты түсіндіру : 40 мин

Екі нүктенің арақашықтығы. Кесіндіні берілген қатынаста бөлу. Кесіндінің ортасының координаталары.

Екі вектордың скалярлық көбейтіндісі.

Анықтама. Екі нөлдік емес вектордың скалярлық көбейтіндісі осы векторлардың ұзындықтарымен арасындағы бұрыштың косинусының көбейтіндісіне тең.

$\vec{a}$ және $\vec{b}$ векторлардың скалярлық көбейтіндісі $\vec{a}\cdot\vec{b}$ символымен белгіленеді. Сонымен, анықтама бойынша $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos(\vec{a}\wedge\vec{b})$.

Скалярлық көбейтіндінің негізгі қасиеттері:

1. $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}$ (коммутативті заңдылық)
2. $\vec{a}\cdot(\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{a}\cdot\vec{c}$ (үлестірімділік заңы)
3. $m(\vec{a}\cdot\vec{b})=(m\cdot\vec{a})\cdot\vec{b}=\vec{a}(m\cdot\vec{b})$ (ассоциативтік заңдылық)

Анықтама. $\vec{a}\cdot\vec{a}$ скалярлық көбейтіндісі $\vec{a}$ векторының скалярлық квадраты деп аталады және оның ұзындығы $\vec{a}\cdot\vec{a}=a^2$ тең.

Екі вектордың перпендикулярлығының жеткілікті және қажеттілік шарттары: $\vec{a}\neq 0,\vec{b}\neq 0;\vec{a}\cdot\vec{b}=0\Leftrightarrow\vec{a}\perp\vec{b}$.

Екі вектордың коллинеарлықтығының шарты: $\vec{a}\cdot\vec{b}=\pm|\vec{a}|\cdot|\vec{b}$, мұнда плюс белгісі $\vec{a}\uparrow\uparrow\vec{b}$ жағдайға, ал минус $\vec{a}\uparrow\downarrow\vec{b}$ мына жағдайға сәйкес болады.

$\vec{a}$=(x_1,y_1) және $\vec{b}$=(x_2,y_2) векторларының скалярлық көбейтіндісі $\vec{a}\cdot\vec{b}=x_1\cdot x_2+y_1\cdot y_2$ тең, ал кеңістікте мына формуламен $\vec{a}\cdot\vec{b}=x_1\cdot x_2+y_1\cdot y_2+z_1\cdot z_2$ есептелінеді.

$\vec{a}$=(x_1,y_1) және $\vec{b}$=(x_2,y_2) **векторларының арасындағы бұрышты** мына формуламен $\cos(\vec{a}\wedge\vec{b})=\dfrac{x_1\cdot x_2+y_1\cdot y_2}{\sqrt{x_1^2+y_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2}}$ есептейді; ал кеңістікте мына формуламен $\cos(\vec{a}\wedge\vec{b})=\dfrac{x_1\cdot x_2+y_1\cdot y_2+z_1\cdot z_2}{\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2+z_2^2}}$ есептейміз, мұнда $\vec{a}$=(x_1,y_1,z_1) және $\vec{b}$=(x_2,y_2,z_2) болады.

Егер $\vec{a}$ және $\vec{b}$ перпендикуляр болса, онда $x_1\cdot x_2+y_1\cdot y_2=0$ болады немесе кеңістікте $x_1\cdot x_2+y_1\cdot y_2+z_1\cdot z_2=0$ болады.

$\vec{a}$ =(x,y) радиус-вектордың ұзындығы мына формуламен $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$ табылады, ал кеңістікте $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

$\vec{a} = A\vec{B} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$ радиус-вектордың ұзындығы мына формуламен, ал кеңістікте $|A\vec{B}| = |AB| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$. Және бұл формуламен екі нүкте арасындағы ара-қашықтықты жазықтықты да есептеуге болады, ал кеңістікте мына формуламен есептеуге болады. $|A\vec{B}| = |AB| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$.

$\vec{a} = A\vec{B}$ вектордың OX және OУ остік координаталармен жасайтын бұрыштарын мына формуламен табуға болады: $\cos\alpha = \frac{x_B - x_A}{\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}}$; $\cos\beta = \frac{y_B - y_A}{\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}}$.

1.5. Иллюстрациялы материалдар: оқулықпен жұмыс.

Жаңа тақырыпты бекіту. 25 мин

- Радиус-вектор ұзындығының формуласы қандай?
- Екі вектордың скаляр көбейтіндісі дегеніміз не?
- Скалярлық көбейтіндінің негізгі қасиеттерін атаңыз.
- Екі вектордың арасындағы бұрышты қандай формуламен анықтауға болады?

1.6.Қосымша 1

1.7.Бақылау есептері: 30 мин

$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\varphi$

Мысал: $ABCDA_1B_1C_1D_1$ бірлік кубында келесі векторлардың скаляр көбейтіндісін табыңдар.

А) $\vec{A}\vec{C}ж / e\vec{B}_1\vec{D}_1$ Ә) $\vec{A}\vec{B}ж / e\vec{B}_1\vec{C}_1$ б) $\vec{A}\,\vec{B}_1ж / e\vec{B}\vec{C}_1$

Мысал: $\vec{a}_1(-1,2,3)\vec{a}_2(2,-1,4)$ векторларының скаляр көбейтінділерін табыныз.

Мысал: $\vec{a}_1(-1,2,2)\vec{a}_2(3,0,4)$ векторларының арасындағы бұрышты табыныз.

Сабақтың қортындылау кезеңі: 10 мин

- Білім алушылардың білімін бағалау.
- Үйге тапсырма беру.

№36 сабақ

1.1. Сабақтың тақырыбы: Көпжақтар.

Сағат саны: 2 сағ. **90 мин**

1.2. Сабақтың мақсаты:

- **оқыту:** Білім алушыларға үшжақты және көпжақты бұрыштар туралы ұғымымен, дөңес және дөңес емес көпжақты бұрыштармен таныстыру.
- **тәрбиелік:** Білім алушыларды белгілі бір нәтижеге жету дағдыларын қалыптастыру.

1.3.Сабақтың міндеті: тақырып бойынша алған білімін мамандықтарында қолданатын дағдыларын дамыту.

Ұйымдастыру кезеңі: 5 мин

- сабақтың жұмыс ортасын ұйымдастыру
- сабақтың мақсаттары мен міндеттерін анықтау

Білім алушылардың өтілген тақырып бойынша білімін тексеру: 14 мин

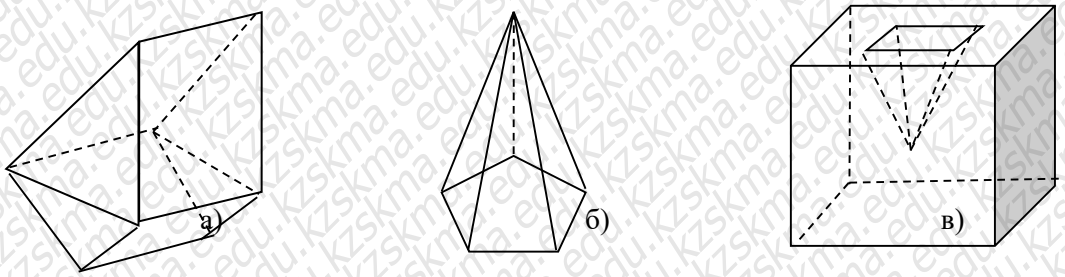
1.4. Тақырыптың негізгі мәселелері:

- Көпжақтар туралы ұғымы.

- Көпжақты бұрыш, геометриялық дене туралы түсінік.

Жаңа сабақты түсіндіру: 27 мин.

Көпжақты бұрыш, геометриялық дене туралы түсінік. Көпжақтар туралы ұғымы. Дұрыс көпжақтар



1-сурет

Беті ақырлы санды жазық көпбұрыштардан тұратын дене көпжақ деп аталады. (1-сурет).

Егер көпжақ өзінің бетіндегі әрбір көпбұрыш жазықтығының бір жағында орналаса, ол дөңес көпжақ деп аталады (1, а, б-суретте).

Осындай жазықтық пен көпжақ бетінің ортақ бөлігі көпжақтың жағы деп аталады. Дөңес көпжақтың жақтары дөңес көпбұрыштар.

Жақтардың қабырғалары көпжақтың қырлары, ал төбелері көпжақтың төбелері деп аталады.

Көпжақтың біржағында жатпайтын екі төбесін қосатын кесіндіні копжақтың диагоналі дейді.

1.5. Иллюстрациялы материалдар: оқулықпен жұмыс.

Жаңа тақырыпты бекіту. 9 мин

- Көпжақтар деген не?
- Дөнес копжақ дегеніміз не?
- Геометриялық дене туралы түсінік

1.6.Қосымша 1

1.7.Бақылау есептері: 31 мин

Мысал: Жақтардың қабырғалары тең болатын көпжақтардың сызбасын сызып олардың неше төбелері және неше қырлары бар екенін жазыңыз.

Сабақтың қортындылау кезеңі: 4 мин

- Білім алушылардың білімін бағалау.
- Үйге тапсырма беру.

№37 сабақ

1.1. Сабақтың тақырыбы: Призма және оның элементтері.

Сағат саны: 3 сағ. **135 мин**

1.2. Сабақтың мақсаты:

- **оқыту:** Білім алушыларға призма және оның элементтерімен таныстырып бүйір және толық беттерінің ауданы табу формулаларын үйрету.
- **тәрбиелік:** Білім алушыларды белгілі бір нәтижеге жету дағдыларын қалыптастыру.

1.3.Сабақтың міндеті: тақырып бойынша алған білімін мамандықтарында қолданатын дағдыларын дамыту.

Ұйымдастыру кезеңі: 10 мин

- сабақтың жұмыс ортасын ұйымдастыру
- сабақтың мақсаттары мен міндеттерін анықтау

Білім алушылардың өтілген тақырып бойынша білімін тексеру: 20 мин

1.4. Тақырыптың негізгі мәселелері:

- Параллелепипед және олардың қасиеттері.
- Призма және оның элементтері.
- Призманың бүйір және толық беттерінің ауданы.

Жаңа сабақты түсіндіру : 40 мин.

Призма, тікбұрышты параллелепипед және олардың қасиеттері. Куб. Призманың бүйір және толық беттерінің ауданы.

Параллелепипед және оның қасиеттері.

Табандары параллелограммдар болатын призма **параллелепипед** деп аталады. Параллелепипедтің барлық жақтары – параллелограмдар.

3-сурете көлбеу параллелепипед бейнеленген.

Параллелепипедтің ортақ төбелері жоқ болатындай жақтары қарама-қарсы жатқан жақтар деп аталады.

Параллелепипедтің кейбір қасиеттерін дәлелдеуге болады.

Теорема 1. Параллелепипедтің қарам-қарсы жақтары өзара параллель де тең.

Теорема 2. Параллелепипедтің диагональдары бір нүктеде қиылысады да қиылысу нүктесімен қақа бөлінеді.

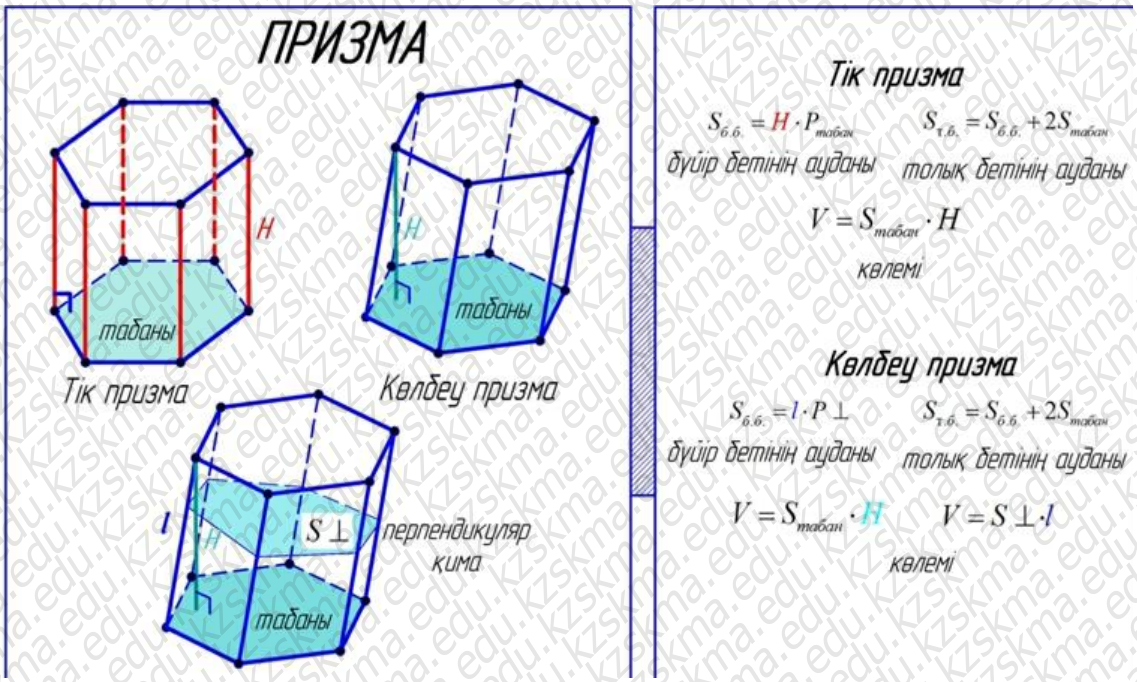
Параллелепипедтің диагональдарының қиылысу нүктесі оның симметрия центрі болады. Табаны тіктөртбұрыш болатын тік параллелепипед тікбұрышты параллелепипед деп аталады. Тікбұрышты параллелепипедтің барлық жақтары – тіктөртбұрыштар. Барлық қырлары бір-біріне тең болатын тікбұрышты **параллелепипед куб** деп аталады.

Парарллель көшіру арқылы бір-бірімен беттестіруге болатындай екі жазық көпбұрыштан және олардың сәйкес нүктелерін қосатын барлық кесінділерден тұратын көпжақ **призма** деп аталады. Көпжақтар призманың табандары деп, ал олардың сәйкес төбелерін қосатын кесінділер призманың бүйір қырлары деп аталады.

ABCD мен $A_1B_1C_1D_1$ жазық көпбұрыштары сәйкес параллель көшірумен беттесе алады да призманың табандары болады, ал AA_1, BB_1, CC_1 және DD_1 кесінділері призманың бүйір қырлары болады. Призманың ABCD мен $A_1B_1C_1D_1$ табандары тең, ал AA_1, BB_1, CC_1 және DD_1 бүйір қырлары өзара параллель де тең.Призманың беті табандары мен бүйір бетінен тұрады. Бүйір беті параллелограммдардан тұрады.Призманың бүйір беті ABB_1A_1, BCC_1B_1, ADD_1A_1 және DCC_1D_1 параллелограммдарынан тұрады. Призманың толық беті ABCD мен $A_1B_1C_1D_1$ табандарынан және жоғарыда аталған параллелограммдарынан тұрады.

Табандары жазықтықтарының арасындағы қашықтық призманың биіктігі деп аталады. Бір жағында жатпайтын екі төбесін қосатын кесінді призманың диагоналі деп аталады. Бір жағында жатпайтын екі бүйір қыры арқылы өтетін жазықтықпен призманың қимасы призманың диагональдық қимасы деп аталады. 3-суретте $ABCDA_1B_1C_1D_1$ призмасы кескінделген, B_1K – оның биіктігі, D_1B – оның бір диагоналі. ACC_1A_1 қимасы осы призманың диагональдік қималарының бірі болады.

Бүйір қырлары табандарына перпендикуляр болатын призма тік призма деп аталады. Қарсы жағдайда көлбеу призма деп аталады. Табандары дұрыс көпжақтар болатын тік призма дұрыс призма аталады.



Тік призманың бүйір бетінің ауданы оның табанының периметрі мен биіктігінің көбейтіндісіне тең.

1.5. Иллюстрациялы материалдар: презентация

Жаңа тақырыпты бекіту. 25 мин

- Призма деген не?
- Призманың қандай түрлері болады?
- Призманың бүйір бетінің ауданы неге тең?
- Тікбұрышты параллелепипед және олардың қасиеттері.

1.6.Қосымша 1

1.7.Бақылау есептері: 30 мин

Мысал: Кубтың диагональдық қимасының ауданы $16\sqrt{2}см^2$ -қа тең.

А) кубтың қырының ұзындығын табыңыз

Ә) табан диагоналін табыңыз

Б) кубтың диагоналін табыңыз

В) бетінің ауданын табыңыз.

Сабақтың қортындылау кезеңі: 10 мин

- Білім алушылардың білімін бағалау.
- Үйге тапсырма беру.

№38сабақ

1.1. Сабақтың тақырыбы: Цилиндр және оның элементтері. Конус және оның элементтері.
Сағат саны: 3 сағ. **135 мин**

1.2. Сабақтың мақсаты:

- **оқыту:** Білім алушыларға цилиндр және оның элементтерімен таныстырып және цилиндр бетінің ауданын табу формулаларын үйрету.
- **тәрбиелік:** Білім алушыларды белгілі бір нәтижеге жету дағдыларын қалыптастыру.

1.3.Сабақтың міндеті: тақырып бойынша алған білімін мамандықтарында қолданатын дағдыларын дамыту.

Ұйымдастыру кезеңі: 10 мин

- сабақтың жұмыс ортасын ұйымдастыру
- сабақтың мақсаттары мен міндеттерін анықтау

Білім алушылардың өтілген тақырып бойынша білімін тексеру: 20 мин

1.4. Тақырыптың негізгі мәселелері:

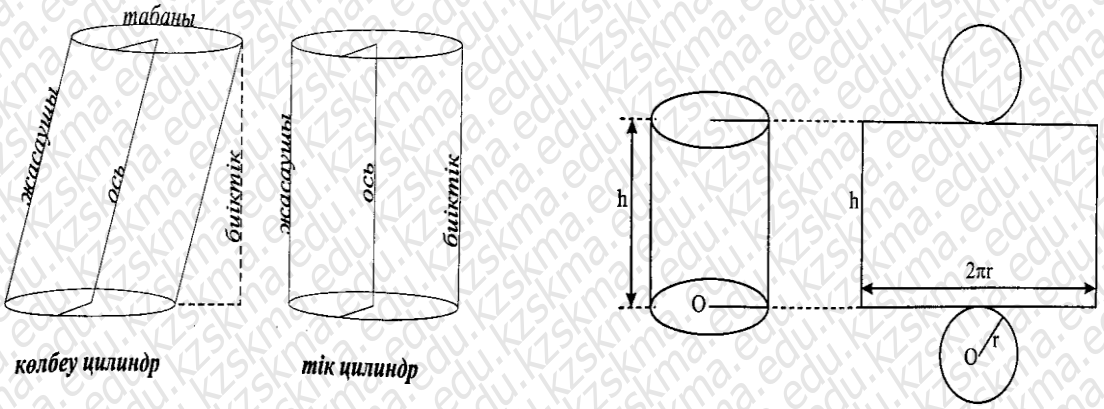
- Цилиндр және оның элементтері.
- Цилиндр бетінің ауданы.
- Цилиндрдің қимасы.

Жаңа сабақты түсіндіру : 40мин

Цилиндр және оның элементтері. Цилиндр бетінің ауданы. Цилиндр мен оның элементтерін техникалық-технологиялық процесте қолдану.

Кез-келген шектелген жазық облысы оның шекарасымен бірге сол жазықтықта жатқан осьтен айналдырғанда геометриялық дене шығады. Мұндай денелерді **айналу денелері** деп атаймыз.

Цилиндр деп тіктөртбұрышты оның қабырғаларының бірінен айналдырғанда шығатын денені айтады.



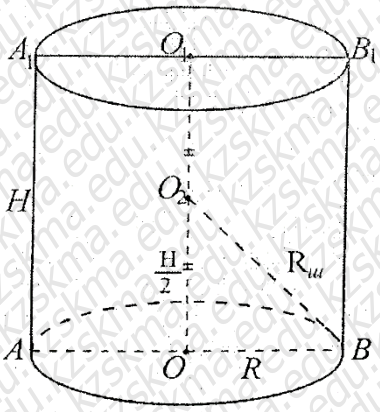
Егер жасаушылары табанына перпендикуляр болса, онда цилиндрге ***тік цилиндр*** дейміз. Табандарының центрлерін біріктіретін кесінді ***цилиндрдің осі*** делінсе, цилиндрдің осі арқылыөтетін қиманы ***осьтік қима*** деп атайды

Бүйір бетінің ауданы:

$$S_{б.б.} = 2\pi RH$$

Толық бетінің ауданы: $S_{толық} = 2\pi RH + R$

$$S_{толық} = S_{б.б.} + 2S_{табан}$$

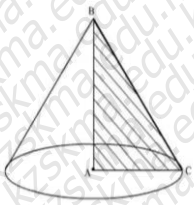


Цилиндрдің элементтері:

OO_1 -цилиндрдің осі;
$AA_1 = H$– цилиндрдің жасаушысы;
$OA = R$ табанының радиусы
$AA_1 B_1 B$ – осьтік қима (тік төртбұрыш)

Конус бетінің ауданы. Киық конус және оның элементтері. Қиық конустың бетінің ауданы. Конус және оның элементтерін техникалық-технологиялық процесте қолдану.

Конус – айналу денесі



Анықтама:__ Конус (дәлірек айтсақ, дөңгелек конус) деп дөңгелектен-конустың табанынан, бұл дөңгелектің жазықтығында жатпайтын нүктеден конустың төбесінен және конустың Тік бұрышты үшбұрышты оның катетін қамтитын осьтен айналдырғанда пайда болған дене **конус** деп аталады.

Конустың төбесінен табанындағы шеңбердің нүктелерімен қосатын кесінділер конустың жасаушылары деп аталады. Конустың беті табаны мен бүйір бетінен құралады. Тік дөңгелек конус 5- суретте кескінделген. S – конус биіктігі. Центрі О болатын дөңгелек- конустың табаны. SA және SB-конустың жасаушылары. SO- тік дөңгелек конустың осі. Конустың биіктігі деп оның төбесінен табан жазықтығына түсірілген перпендикулярды атайды. Тік конус биіктігінің табаны табанының центрімен дәл келіп беттеседі.Тік дөңгелек конустың осі деп оның биіктігін қамтитын түзуді атайды. Осі арқылы өтетін конустың жазықтық пен қиғандағықимасы – остік қима деп аталады.

Теорема 2. Конустық табан жазықтығына параллель жазықтық конусты дөңгелек бойымен, ал бүйір бетін центрі конустың осінде жататын шеңбер бойымен қиып өтеді. Конустың табанына параллель және оны қиып өтетін жазықтық одан кіші конус қиып түсіреді. Қалған бөлігі қиық конус деп аталады.

Кез-келген шектелген жазық облысты оның шекарасымен бірге сол жазықтықта осьпен айналдырғанда пайда болатын геометриялық денені **айналу денесі** деп атаймыз. Р-жазықтығында

∠ қисығымен қайсібір L түзуі берілсін. ∠ қисығы L түзуі маңында айналғанда шығатын бет айналу беті деп аталады.

Конустың бүйір бетінің ауданы.

Конусқа іштей дұрыс n- бұрышты пирамида сызамыз. (сур-6). Оның бүйір бетінің ауданы

$$S_n=\frac{1}{2}P_n l_n,$$

мұндағы P_n- пирамида табанының периметрі, ал l_n- апофемасы. n-ді шексіз арттырғанда табанының периметрі P_n конус табанының С - ұзындығына, , ал l_n- апофемасы жасаушысының l-ұзындығына шексіз жақындайды. Осыған сәйкес пирамиданың бүйір беті С l/2 –ге қа шексіз жақындайды. . Осыған байланысты С l/2 шамасы конустың бүйір бетінің ауданы үшін алынады. Сөйтіп, конустың бүйір бетінің ауданы

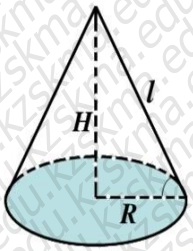
$$S=\frac{1}{2}CH=\pi Rl,$$

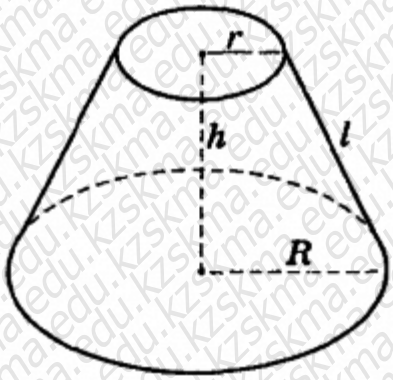
формуласымен есептеп шығарылады, мұндағы R- конус табанының радиусы, ал l- жасаушысының ұзындығы. Осыған ұқсас радиустары R_1,R_2 және жасаушысы l болатын қиық конустың бүйір бетінің ауданы үшін мынадай формула шығады.

$$S=\pi(R_1+R_2)l.$$

Конустың бүйір бетінің ауданы

$$S=\pi Rl$$





Конустың толық беті

$$S=\pi Rl+\pi R^2$$

Конустың үсті жағы, табанына паралелль етіп кесілсе пайда болған фигураны **қиық конус** деп атайды:

Қиық конустың толық бетінің ауданы мына формуламен есептелінеді:

$S_{толық}=\pi(r+R)l+\pi R^2+\pi r^2=\pi(R^2+(R+r)l+r^2)$.

1.5. Иллюстрациялы материалдар: оқулықпен жұмыс.

Жаңа тақырыпты бекіту. 25 мин

- Тіктөртбұрыштың бір қабырғасын айналдырғанда қандай фигура шығады?
- Тік цилиндрдің өсьтік қимасының пішіні қандай болады?
- Цилиндрге жанама екі жазықтық қалай орнадасуы мүмкін?

1.6.Қосымша 1

1.7.Бақылау есептері: 30 мин

Мысал: Цилиндрдің осьтік қимасының ауданы 24 $см^2$. Цилиндрдің бүйір бетінің ауданын табыңыз.

Мысал: Цилиндр табанының диаметрі 10. Цилиндр осіне параллель, одан 3 қашықтықта, квадрат қима жүргізілген. Берілген қиманың ауданын табыңыз.

Мысал: Цилиндрдің осьтік қимасының диагональдарының қиылысу нүктесінен жасаушы 60^0 бұрышта көрінеді. Табан ауданы *S*-ке тең. Цилиндрдің бүйір бетінің

ауданын табыңыз.

Сабақтың қортындылау кезеңі: 10 мин

- Білім алушылардың білімін бағалау.
- Үйге тапсырма беру.

№39 сабақ

1.1. Сабақтың тақырыбы: Денелердің көлемі.

Сағат саны: 3 сағ. **135 мин**

1.2. Сабақтың мақсаты:

- **оқыту:** Білім алушыларға денелердің көлемінің жалпы қасиеттерімен таныстырып және олардың көлемін табу формулаларын қолданып есептер шығаруды үйрету.
- **тәрбиелік:** Білім алушыларды белгілі бір нәтижеге жету дағдыларын қалыптастыру.

1.3.Сабақтың міндеті: тақырып бойынша алған білімін мамандықтарында қолданатын дағдыларын дамыту.

Ұйымдастыру кезеңі: 10 мин

- сабақтың жұмыс ортасын ұйымдастыру
- сабақтың мақсаттары мен міндеттерін анықтау

Білім алушылардың өтілген тақырып бойынша білімін тексеру: 20 мин

1.4. Тақырыптың негізгі мәселелері:

- Денелер көлемінің жалпы мағлуматтары.
- Көпжақтардың көлемі.
- Призманың көлемі.
- Пирамиданың көлемі.
- Қиық пирамиданың көлемі.
- Тік бұрышты параллелепипед, куб, призма, пирамида, қиық пирамида көлемдерінің формулалары арқылы есептер шығару.

Жаңа сабақты түсіндіру : 40 мин

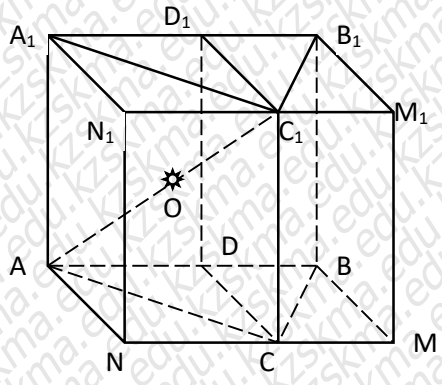
Денелер көлемінің жалпы қасиеттері. Көпжақтардың көлемі. Призманың көлемі. Пирамиданың көлемі. Қиық пирамиданың көлемі.

1. Бірдей денелердің көлемдері де тең болады.
2. Егер денені бірнеше бөлекке бөлсе, онда осы дененің көлемі бөленген бөлектердің көлемдерінің қосындысына тең.
3. Қабырғасына 1-ге тең кубтың көлемі 1-ге тең.

Теорема:1 ***Тікбұрышты параллелепипедтің көлемі оның үш өлшемінің көбейтіндісіне тең, яғни V=a*b*c (1) мұндағы a, b, c –n-нің үш өлшемі.***

Дәлелдеуді 1-әдебиеттегі 57-суретке қарап отырып жүргізу.

Теорема2: ***Тік параллелепипедтің көлемі оның табанының ауданы мен биіктігінің көбейтіндісіне тең яғни $V = QH$ мұнда Q- табан ауданы , H – пирамида биіктігі:***



Берілгені. ABCD $A_1B_1C_1D_1$ - тік параллелепипед, ABCD-параллелограмм

Дәлелдеу. $V = QH$

AE⊥BC, DF⊥BC түзулерін жүргізейік, $AEFA_1E_1F_1D_1$-тік бұрышты параллелепипедін саламыз. Бұл параллелепипед берілген параллелепипедке теңшамалы, өйтекені $AEBA_1E_1B_1$ үшбұрышты призмасы. $DFCD_1F_1C_1$ үшбұрышты призмасына конгурентті. $V = QH$ формуласы бойынша $V=S_{AEFD}*H$,

мұнда S_{AEFD} –AEFD тіктөртбұрышының ауданы, бұл тіктөртбұрыш ABCD параллелограмына тең шамалы, яғни

S_{AEFD} =Q болғандықтан формула дәлелденді.

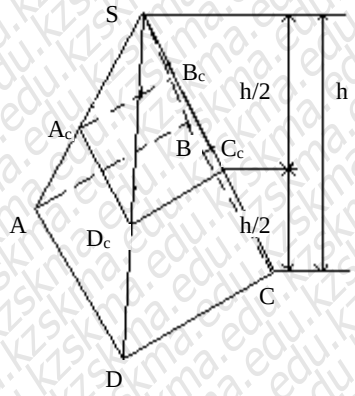
Теорема 3. *Көлбеу призманың көлемі перпендикуляр қиманың ауданымен жақ қабырғысының көбейтіндісіне тең болады.*

Теореманың дәлелдеуін көпжақ моделдерін пайдаланып түсіндіру. 1-ші оқулық бойынша 66-65 сызбаларды орындау . Дәлелдеуді қысқаша баяндау түрінде дәптерге жаздыру.

$$V = S \cdot l = Q\cos\varphi \cdot \frac{H}{\cos\varphi} = QH$$

Теорема 4. ***Кез келген үшбұрышты пирамиданың көлемі оның табан ауданы мен биіктігі көбейтіндісінің үштен біріне тең болады***

Берілген: SABC -үшбұрышты пирамида, S- төбесі, ABC- табаны.



Дәлелдеу керек: $V = \frac{1}{3}SH$

Дәлелдеуі. Пирамиданың табанына параллель жазықтықпен қиғандағы қиманың ауданы қима жазықтығы ара қашықтығының оның төбесінен алынған квадрат функция болып табылады. Сондықтан пирамида Симпсон формуласын қолдануға болады.

$V = \frac{h}{6}(s_H + 4s_C + S_B)$ (1). S_H=S, S_B=0; Пирамиданың параллель қасиеті бойынша $\frac{S_C}{S} = \frac{(h/2)^2}{h^2} = \frac{1}{4}$, бұдан

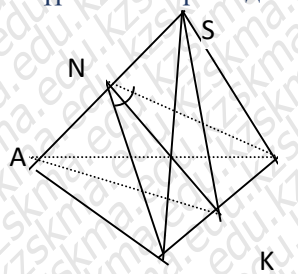
$S_C = \frac{1}{4}S$ бұл мәндерді (1)-ші формулаға қойып төмендегіні аламыз.

$$V = \frac{h}{6}(S + 4\cdot\frac{S}{4} + 0) = \frac{h}{6}\cdot 2S = \frac{1}{3}SH$$

Теорема 5 ***Биіктігі H, табандарының аудандары Q және q болатын қиын пирамида көлемі:***

$V = \frac{1}{3}H(q + Q + \sqrt{qQ})$ ***формуларымен есептеледі***

Мысалы: Табан қабырғасы- а-ға тең, бүйір жақтарының арасындағы бұрыш 90^0-қа тең дұрыс үшбұрышты пирамиданың көлемін табу керек.



ΔSABC-пирамида ∠BNC-ASқырындағы екі жақта бұрыштың сызықтық бұрышы болсын.
ΔABC-дұрыс үшбұрыш сондықтан

|AB|=a, ⇒ |BK|= $\frac{a}{2}$,

$[AK[= \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Демек, табанының ауданы үшін $Q = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ -өрнегін аламыз. H=|SO| пирамида биіктігін табайық. ACO мен ANK үшбұрыштары тік бұрышты, ортақ сүйір бұрышы бар, сондықтан олар ұқсас.

Осы үшбұрыштар ұқсастығынан $\frac{|SO|}{|NK|}=\frac{|AC|}{|AK|}$, $|NK|=|BK|=\frac{a}{2}$, себебі $\angle BNK=45^0$;

$|AS|=\sqrt{|OS|^2+|AO|^2}=\sqrt{H^2+\frac{a^2}{3}}$ демек $H=\frac{1}{3}\sqrt{H^2+\frac{a^2}{3}}$ $2H^2=\frac{a^2}{3}$ $H=\frac{a}{\sqrt{6}}$ Сонымен

$V=\frac{1}{3}QH=\frac{a^3}{12\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{24}a^3$

1.5. Иллюстрациялы материалдар: оқулықпен жұмыс.

Жаңа тақырыпты бекіту. 25 мин

- Дұрыс пирамиданың берілген жазбасы бойынша оның көлемін қалай анықтауға болады?
- Призма көлемінің формуласы қандай?
- Ұқсас фигуралардың көлемдері?

1.6.Қосымша 1

1.7.Бақылау есептері: 30 мин

Мысал-1. Биіктігі 4 см-ге тең диагоналі табан жазықтығымен 45^0 бұрыш жасайтын тік бұрышты табаны шаршы параллелепипед берілген. Параллелепипедтің көлемін табыңыз.

Мысал-2. Пирамиданың табан қабырғалары 9м және 12 м болатын тік төртбұрыш. Барлық бүйір қырлары 21,5м-ге тең пирамиданың көлемін табыңдар.

Мысал-3. Пирамиданың табаны – тік төртбұрыш, оның қабырғалары 4 см және 6 см. Оның әрбір бүйір қыры 7 см-ге тең. Пирамиданың көлемін табыңыз.

Сабақтың қортындылау кезеңі: 10 мин

- Білім алушылардың білімін бағалау.
- Үйге тапсырма беру.

№40 сабақ

1.1. Сабақтың тақырыбы: Айналу денелерінің көлемі.

Сағат саны: 3 сағ. **135 мин**

1.2. Сабақтың мақсаты:

- **оқыту:** Білім алушыларға айналу денелерінің көлемінің жалпы қасиеттерімен таныстырып және олардың көлемін табу формулаларын қолданып есептер шығаруды үйрету.
- **тәрбиелік:** Білім алушыларды белгілі бір нәтижеге жету дағдыларын қалыптастыру.

1.3.Сабақтың міндеті: тақырып бойынша алған білімін мамандықтарында қолданатын дағдыларын дамыту.

Ұйымдастыру кезеңі: 10 мин

- сабақтың жұмыс ортасын ұйымдастыру
- сабақтың мақсаттары мен міндеттерін анықтау

Білім алушылардың өтілген тақырып бойынша білімін тексеру: 20мин

1.4. Тақырыптың негізгі мәселелері:

- Векторларға амалдар қолдану.
- Координатасымен берілген векторды санға көбейту.
- Кеңістіктегі тікбұрышты координаталар жүйесі.

Жаңа сабақты түсіндіру : 40 мин

Цилиндр көлемі. Конустың көлемі. Қиық конустың көлемі. Шар және оның бөліктерінің көлемі.

Цилиндрдің көлемі



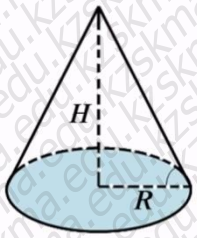
Цилиндрдің көлемі табанының ауданы мен биіктігінің көбейтіндісіне тең.

$$V = S_{таб} \cdot h$$

$$S_{таб} = \pi r^2$$

$$V = \pi r^2 \cdot h$$

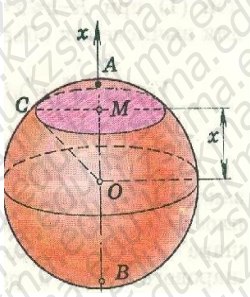
Конустың көлемі: $V = \frac{1}{3} SH$



немесе

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

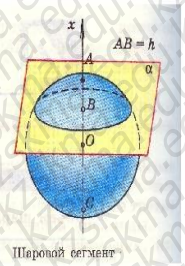
Шардың көлемі



Радиусы R болатын шардың көлемін табу формуласы:

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

Шар сегменті



Шар сегменті - шардың қандай да бір жазықтықпен кесіп алынған бөлігі.

$$V = \pi h^2 \left(R - \frac{1}{3} h\right).$$

1.5. Иллюстрациялы материалдар: оқулықпен жұмыс.

Жаңа тақырыпты бекіту. 25 мин

- Призма деген не?
- Призманың қандай түрлері болады?
- Призманың бүйір бетінің ауданы неге тең?
- Тікбұрышты параллелепипед және олардың қасиеттері.

1.6.Қосымша 1

1.6.Әдебиеттер:

Негізгі:

1. Ахметова А. У. Математический анализ : учебное пособие / А. У. Ахметова, Д. С. Каратаева. - Алматы : ЭСПИ, 2023. - 132 с. : ил.
2. Корчевский В., Жұмағұлова З. Алгебра және анализ бастамалары. Есептер жинағы.- Издательство "Мектеп" 2019 (каз) 10-сынып.
3. Корчевский В., Жумагулова З.Алгебра и начала анализа. Сборник задач.- Издательство "Мектеп" 2019 (русс) 10- класс
4. Әбілқасымова А., Жұмағұлова З. Алгебра және анализ бастамалары. Оқулық. Издательство "Мектеп" 2019 10-сынып.
5. Абылкасымова А., Жумагулова З. Алгебра и начала анализа.Учебник..-Издательство "Мектеп" 2019 (русс) 10- класс

6. Әбілқасымова А., Жұмағұлова З. Алгебра және анализ бастамалары. Оқулық. Издательство "Мектеп" 2019 11-сынып.
7. Абылкасымова А., Жумагулова З. Алгебра и начала анализа.Учебник. Издательство "Мектеп" 2019 11-сынып.
8. Смирнов В.А., Тұяқов Е.А Геометрия. Оқулық Издательство "Мектеп" 2018 10-сынып.
9. Смирнов В.А., Тұяқов Е.А Геометрия.Учебник Издательство "Мектеп" 2018 10- класс

Қосымша :

1. Рахимжанова, С. К. Теория вероятностей и математическая статистика : учебно-методическое пособие / С. К. Рахимжанова, Д. С. Каратаева. - Алматы : ЭСПИ, 2023. - 188 с.

Электронды басылымдар

1. Қ.Ж. Құдабаев, Г.С. Сарбасова, М.А. Иманбаева, А.С. Қыдырбаева Математика: Оқулық. Алматы, Эверо, 2020 ж. 144 б. **https://elib.kz/ru/search/read_book/2515/**
2. Қ.Ж. Құдабаев, Г.С. Сарбасова, М.А. Иманбаева,
3. А.С. Қыдырбаева Математика: Оқулық. Алматы, Эверо, 2020 ж. 144 б **https://elib.kz/ru/search/read_book/1877/**
4. МАТЕМАТИКА-I. СБОРНИК ЗАДАНИЙ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ СРС ДЛЯ УЧАЩИХСЯ КОЛЛЕДЖА II-КУРСА. Сыдыкова Д.К., Калыбекова Ж.А., Сеитова А.А. , 2018 **https://aknurpress.kz/reader/web/1926**
5. МАТЕМАТИКА – I: II-КУРС СТУДЕНТТЕРІНЕ АРНАЛҒАН ЕСЕПТЕР ЖИНАҒЫ Сыдыкова Д.К., Калыбекова Ж.А., Сеитова А.А. , 2018 **https://aknurpress.kz/reader/web/1925**
6. МАТЕМАТИКА 1 Кощанова Г.Р., Кулжагарова. Б. Т. , 2019 **https://aknurpress.kz/reader/web/2080**
7. МАТЕМАТИКА 2 Кулжагарова Б.Т., Кощанова Г.Р. , 2019 **https://aknurpress.kz/reader/web/2081**
8. Абдиманапова, П.Б. Математика: Оқу құралы. / ҚР Білім және ғылым министрлігі, Алматы технологиялық университеті. - Алматы: АТУ, 2019. - 174б. **http://rmebrk.kz/book/1172143**
9. Роговой, А.В. Математика: Учебное пособие - Шымкент: Университет "Мирас", 2019. **http://rmebrk.kz/book/1171159**
10. Нұрмағанбетова Г.С., Нұрмағанбетова Ж.С., Нұрмағамбетова Г.С. Динамикалық жүйелерді математикалық модельдеу. Оқу құралы. Қарағанды: «Medet Group» ЖШС, 2021. - 74 бет **https://www.aknurpress.kz/reader/web/3080**

1.7.Бақылау есептері: 30 мин

Мысал: Цилиндр биіктігі 2 м, табан радиусы 3 см. Көлемін табыңыз.

Мысал: Конустың биіктігі 15см, ал көлемі 320 $см^3$. Табанының радиусын табыңыз

Мысал: Конустың көлемі 375 $см^3$. Биіктігі 5 см.Конус төбесінен 2 см қашықтықтан өтетін және де оның табанына параллель жазықтық қияды. Пайда болған қиық конустың көлемін табыңыз.

Мысал: Шар секторының табанындағы шеңбердің радиусы $\sqrt{5}$ см-ге, ал шардың радиусы 3 см-ге тең. Шар секторының көлемін табыңыз.

Сабақтың қортындылау кезеңі: 10 мин

- Білім алушылардың білімін бағалау.
- Үйге тапсырма беру.